Total number of printed pages–23

3 (Sem–1/CBCS) MAT HG/RC

2021

(Held in 2022)

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

For Honours Generic

Attempt either MAT–HG–1016 ***or*** MAT–HG–1026

For Regular

Attempt MAT–RC–1016

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

*Answer **either** in English **or** in Assamese.*

OPTION–A

Paper : MAT–HG–1016/MAT–RC–1016

(Calculus)

Full Marks : 80

Time : Three hours

Contd.

1. Answer the following questions : 1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Write the domain and range of the function $f(x) = cos^{-1} x$.

$f(x) = cos^{-1} x$ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

(b) Find the value of the function $sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

ফলন $sin^2 \frac{3\pi}{8}$ ৰ মান উলিওৱা।

(c) Find the value of $\lim_{x \to 0} (1+2x)^{\frac{x+3}{x}}$.

$\lim_{x \to 0} (1+2x)^{\frac{x+3}{x}}$ ৰ মান উলিওৱা।

(d) State whether the statement is true *or* false :

The function $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ 1-x & , x > 0 \end{cases}$

is continuous at $x = 0$.

তলৰ উক্তিটো সচাঁ নে মিছা লিখা ঃ

ফলন $f(x)=\begin{cases} x^2 & , \quad x\le 0 \\ 1-x & , \quad x>0 \end{cases}$

$x=0$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(e) What is the nth derivative of e^{ax+b} ?

e^{ax+b} ৰ n-তম অৱকলজটো কি?

(f) Expand $e^{\sin x}$ in powers of x by using Maclaurin's infinite series.

মেক্‌লৰিন'ৰ অসীম শ্ৰেণীটো ব্যৱহাৰ কৰি $e^{\sin x}$ ক x ৰ ঘাতত প্ৰসাৰ কৰা।

(g) If $f(x)=x(x-1)$, then on what interval the function f is decreasing ?

যদি $f(x)=x(x-1)$ হয়, তেন্তে f ফলনটো কি অন্তৰালত হ্ৰাসমান হ'ব?

(h) State whether the statement is true **or** false :
"Every differentiable function is continuous."
তলৰ উক্তিটো সচাঁ নে মিছা লিখা ঃ
"প্ৰত্যেক অৱকলন ফলন অবিচ্ছিন্ন।"

(i) Given a function U that satisfies $1-\frac{x^2}{4} \leq U(x) \leq 1+\frac{x^2}{2}$ for all $x \neq 0$, find $\lim_{x \to 0} U(x)$.

ফলন U এনে ধৰণে দিয়া আছে, যাতে

$1-\frac{x^2}{4} \leq U(x) \leq 1+\frac{x^2}{2}$ য'ত সকলো $x \neq 0$

তেন্তে $\lim_{x \to 0} U(x)$ উলিওৱা।

(j) State whether the statement is true **or** false :

The slope of the tangent line to the curve $y = x^2 + 4x + 7$ at $x = 1$ is 6.

তলৰ উক্তিটো সচাঁ *নে* মিছা লিখা ঃ

$x = 1$ ত $y = x^2 + 4x + 7$ বক্ৰৰ স্পৰ্শকৰ প্ৰৱণতা 6।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Evaluate $\cos\left(arc\cos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$.

$\cos\left(arc\cos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) Let $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}+\cos x & \text{if} \quad x\neq 0\\ 2 & \text{if} \quad x=0\end{cases}$

Show that $f(x)$ is continuous at $x=0$.

ধৰা হল, $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}+\cos x & \text{যদি} \quad x\neq 0\\ 2 & \text{যদি} \quad x=0\end{cases}$

দেখুওঁৱা যে $f(x)$, $x=0$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(c) If $y=\sin^{-1}x$, prove that

$(1-x^2)y_2-xy_1=0$

যদি $y=\sin^{-1}x$, প্ৰমাণ কৰা যে

$(1-x^2)y_2-xy_1=0$

(d) If $u=x^2y+y^2z+z^2x$, then find the value of $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}$.

যদি $u=x^2y+y^2z+z^2x$, তেন্তে

$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Evaluate (মান নিৰ্ণয় কৰা) ঃ

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin x}-1}{\log(1+x)}$$

3. Answer ***any four*** questions : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) If $y=(x^2-1)^n$, prove that

$$(x^2-1)y_{n+2}+2xy_{n+1}-n(n+1)y_n=0.$$

Hence deduce that if $P_n=\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$,

then $\frac{d}{dx}\left\{(1-x^2)\frac{dP_n}{dx}\right\}+n(n+1)P_n=0$

3+2=5

যদি $y=(x^2-1)^n$, প্ৰমাণ কৰা যে

$$(x^2-1)y_{n+2}+2xy_{n+1}-n(n+1)y_n=0$$

ইয়াৰ পৰা সাব্যস্ত কৰা যে, যদি

$P_n=\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$, তেন্তে

$$\frac{d}{dx}\left\{(1-x^2)\frac{dP_n}{dx}\right\}+n(n+1)P_n=0$$

(b) State Rolle's theorem and verify it for the function $f(x)=x(x+3)e^{-x/2}$ in $[-3,0]$. 2+3=5

ৰ'লৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখা আৰু সত্যতা f ফলনৰ বাবে $[-3,0]$ অন্তৰালত পৰীক্ষা কৰা য'ত $f(x)=x(x+3)e^{-x/2}$

(c) Evaluate, using L'Hospital's rule :

এল' হ'চপিতাল নীতি প্ৰয়োগ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-e}{x}$$ 5

(d) Using definition find $\frac{\partial u}{\partial x}$ if $u=log\left(x^2+y^2\right)$. 5

যদি $u=log\left(x^2+y^2\right)$, তেন্তে সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি $\frac{\partial u}{\partial x}$ ৰ মান উলিওঁৱা।

(e) If $u=log\left(x^3+y^3+z^3-3xyz\right)$, show that $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{3}{x+y+z}$. 5

যদি $u = \log\left(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz\right)$, দেখুওঁৰা

যে $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}$

(f) Show that the area of triangle ABC is $\frac{1}{2} ab \sin C$. 5

দেখুউৰা যে ABC ত্ৰিভুজৰ ফালি $\frac{1}{2} ab \sin C$

4. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)]:
[(a) আৰু (b)] *অথবা* [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Find the value of θ in the mean value theorem

$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h), 0 < \theta < 1$

for the function $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ 5

মধ্যমান উপপাদ্যটোত

$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h), 0 < \theta < 1$

θ ৰ মান উলিওঁৱা য'ত $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$

(b) If $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$, prove that

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + z\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$ 5

যদি $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$, প্ৰমাণ কৰা যে

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + z\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

(c) State Euler's theorem on homogeneous function and then verify for the function

$$f(x, y) = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$$ 1+4=5

সুষম ফলনৰ ইউলাৰৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখা আৰু ইয়াৰ সত্যতা f ফলনৰ বাবে পৰীক্ষা কৰা য'ত

$$f(x, y) = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$$

(d) Prove that (প্ৰমাণ কৰা) ঃ

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x, \quad x > 0$$ 5

5. Prove that the double limit exist but repeated limits do not exist for the function

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin\frac{1}{y} + y \sin\frac{1}{x} & , \ (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \ (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

10

প্ৰমাণ কৰা যে ফলন f ৰ দ্বিসীমা স্থিত হয়, কিন্তু পুনৰাবৃত্তী সীমা স্থিত নহয়, য'ত

$$f(x,y)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{y}+y\sin\frac{1}{x} & , \quad (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & , \quad (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

Or/ অথবা

Find infinite series of $log(1+x)$ for $|x|<1$ using Maclaurin's theorem. 10

মেক্‌লৰিনৰ উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰি $log(1+x)$, $|x|<1$ ৰ অসীম শ্ৰেণীটো নিৰ্ণয় কৰা।

6. Answer ***either*** [*(a)* and *(b)*] ***or*** [*(c)* and *(d)*] :
[*(a)* আৰু *(b)*] ***অথবা*** [*(c)* আৰু *(d)*] অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) If (যদি) $y=e^{a\sin^{-1}x}$ prove that (প্ৰমাণ কৰা যে) —

(i) $(1-x^2)y_2-xy_1-a^2y=0$

(ii) $(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}-(n^2+a^2)y_n=0$

2+3=5

(b) Show that, $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$, $x\neq0$

0 , $x=0$

is differentiable at $x=0$ and find $f'(0)$.

3+2=5

প্ৰমাণ কৰা যে ফলন f ৰ দ্বিসীমা স্থিত হয়, কিন্তু পুনৰাবৃত্তী সীমা স্থিত নহয়, য'ত

$$f(x,y)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{y}+y\sin\frac{1}{x} & , \quad (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & , \quad (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

Or/ অথবা

Find infinite series of $log(1+x)$ for $|x|<1$ using Maclaurin's theorem. 10

মেক্লৰিনৰ উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰি $log(1+x)$, $|x|<1$ ৰ অসীম শ্ৰেণীটো নিৰ্ণয় কৰা।

6. Answer ***either*** [*(a)* and *(b)*] ***or*** [*(c)* and *(d)*]:
[*(a)* আৰু *(b)*] ***অথবা*** [*(c)* আৰু *(d)*] অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) If (যদি) $y=e^{a\sin^{-1}x}$ prove that (প্ৰমাণ কৰা যে) —

(i) $(1-x^2)y_2-xy_1-a^2y=0$

(ii) $(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}-(n^2+a^2)y_n=0$

2+3=5

(b) Show that, $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\frac{1}{x} & , \quad x\neq0 \\ 0 & , \quad x=0 \end{cases}$

is differentiable at $x=0$ and find $f'(0)$.

3+2=5

দেখুউৱা যে, $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x} \quad , \quad x \neq 0$
$\qquad\qquad 0 \qquad , \quad x = 0$

$x = 0$ বিন্দুত অৱকলন আৰু $f'(0)$ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) A triangle has sides $a = 3$ units, $b = 4$ units and angle $C = 90°$. Find the length of the side c. 5

এটা ত্ৰিভুজত $a = 3$ একক, $b = 4$ একক আৰু $\angle C = 90^o$ । c বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ মান উলিওঁৱা।

(d) Evaluate ***any two*** of the following : 2½×2=5

যিকোনো দুটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2+4} - 2}{x^2}$

(ii) $\lim_{x \to 0} \frac{1 + x + \sin x}{3\cos x}$

(iii) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$

(iv) $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x \sec 2x}{3x}$

7. Answer ***either*** [*(a)* and *(b)*] ***or*** [*(c)* and *(d)*]:
[*(a)* আৰু *(b)*] ***অথবা*** [*(c)* আৰু *(d)*] অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Prove that (প্ৰমাণ কৰা) ঃ

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x}{x}\right)^{1/x^2} = e^{1/3}$$ 6

(b) Show that, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x-a|}{x-a} & , \; x\neq a\\ 1 & , \; x=a\end{cases}$

is discontinuous at $x=a$. 4

দেখুওৱা যে, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x-a|}{x-a} & , \; x\neq a\\ 1 & , \; x=a\end{cases}$

$x=a$ বিন্দুত অনবিচ্ছিন্ন।

(c) Show that (দেখুওৱা) ঃ

$$\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x \text{ for } x>0$$ 6

(d) Consider the function

$f(x)=x^4-4x^3+6$.

Find the function which

(i) shifts the graph of f two units up;

(ii) shifts the graph of f one unit to the left;

(iii) stretches the graph of f vertically by a factor 3;

(iv) compresses the graph of f horizontally by a factor 2.

4

$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6$ হ'লে, তলৰ ফলন কেইটা নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) f ফলনটোৰ লেখটোক ২ একক ওপৰলৈ স্থানান্তৰ কৰা;

(ii) f ফলনটোৰ লেখটোক এক একক বাওঁফালে স্থানান্তৰ কৰা;

(iii) f ফলনটোৰ লেখটোক তিনি গুণ উলম্বভাৱে প্ৰসাৰিত কৰা;

(iv) f ফলনটোৰ লেখটোক দুই গুণ আনুভূমিকভাৱে সংকুচিত কৰা।

OPTION–B

Paper : MAT–HG–1026

(Honours Generic)

(Analytical Geometry)

Full Marks : 80

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese.*

1. Answer the following questions : 1×10=10
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(i) Under what condition

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ may represent a pair of parallel straight line ?

কি চৰ্ত সাপেক্ষে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এ এযোৰ পৰস্পৰ সমান্তৰাল সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰে?

(ii) Find the point on the conic

$$\frac{8}{r} = 3 - \sqrt{2}\cos\theta$$

whose radius vector is 4.

$\frac{8}{r} = 3 - \sqrt{2}\cos\theta$ শাংকৱৰ ওপৰত থকা বিন্দু এটা নিৰ্ণয় কৰা য'ত ব্যাসাৰ্ধ ভেক্টৰ 4।

(iii) Define conjugate diameters of an ellipse.
উপবৃত্ত এটাৰ সংযুগ্ম ব্যাসৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(iv) Express the parabola $y^2 = 4ax$ in parametric form.

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তটোক প্ৰাচলিক আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(v) By what angle the axes are to be rotated to remove the xy–term from the equation $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$?
অক্ষ দুডালক কি কোণত ঘুৰালে
$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণটো xy–পদ মুক্ত হ'ব?

(vi) Define cross product of two vectors.
দুটা ভেক্টৰৰ সদিশ পূৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(vii) Find the centre and radius of the sphere $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$

$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$
গোলকটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) Find the unit vector that has the same direction as $\vec{u} = 2i + 2j - k$.

$\vec{u} = 2i + 2j - k$ ৰ দিশত একক ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(ix) What is the value of $i \times (i + j + k)$?

$i \times (i + j + k)$ ৰ মান কিমান?

(x) Find parametric equations of the line passing through (4, 2) and parallel to $\vec{v} = (-1, 5)$.

(4, 2) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা $\vec{v} = (-1, 5)$ ৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

2. Answer the following questions : 2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Find the angle between the vectors $\vec{u} = i - 2j + 2k$ and $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$.

$\vec{u} = i - 2j + 2k$ আৰু $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$ ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Prove that the equation

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 + 7x - y + 3 = 0$$

represents a pair of perpendicular lines.

প্ৰমাণ কৰা যে

$2x^2+3xy-2y^2+7x-y+3=0$ এ এযোৰ পৰস্পৰ লম্বভাৱে থকা সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰে।

(c) Find the co-ordinates of the focus and the vertex of the parabola

$y^2-4y-2x-8=0$.

$y^2-4y-2x-8=0$ অধিবৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু শীৰ্ষবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Show that if the polar of P w.r. to an ellipse passes through Q, then the polar of Q passes through P.

দেখুওৱা যে এটা উপবৃত্ত সাপেক্ষে P বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় ৰেখাডাল Q বিন্দুৰেদি গ'লে, Q বিন্দুৰ ধ্ৰুৱীয় ৰেখাডালো P য়েদি যাব।

(e) Find the direction cosines of the vector $\vec{v}=2i-4j+4k$.

$\vec{v}=2i-4j+4k$ ভেক্টৰটোৰ দিশাংক নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer the following questions : ***(any four)*** 5×4=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ *(যিকোনো চাৰিটা)*

(a) By a suitable transformation remove the term containing xy from the equation $11x^2+4xy+14y^2=5$.

এটা যথোপযুক্ত ৰূপান্তৰৰ সহায়ত $11x^2+4xy+14y^2=5$ সমীকৰণটোৰ পৰা xy পদটো বিলোপ কৰা।

(b) Find a vector that is orthogonal to both of the vectors $\vec{u}=(2,-1,3)$ and $\vec{v}=(-7,2,-1)$.

$\vec{u}=(2,-1,3)$ আৰু $\vec{v}=(-7,2,-1)$ ভেক্টৰ দুটাৰ উভয়ৰে লম্ব হোৱা ভেক্টৰ এটা নিৰ্ণয় কৰা।

(c) The normal at the point $(at_1^2, 2at_1)$ meets the parabola again at the point $(at_2^2, 2at_2)$. Prove that $t_2=-t_1-\frac{2}{t_1}$.

$(at_1^2, 2at_1)$ বিন্দুত টনা অভিলম্ব ডালে অধিবৃত্তটোক $(at_2^2, 2at_2)$ বিন্দুত সংযোজিত হয়। প্ৰমাণ কৰা যে,

$t_2=-t_1-\frac{2}{t_1}$

(d) Find the polar equation of a conic in the form $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$.

এটা শাংকৱৰ ধ্ৰুবীয় সমীকৰণ $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$

আকাৰত নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Reduce the equation

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y + 6 = 0$$

to standard form.

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y + 6 = 0$$

সমীকৰণটোক আদৰ্শ আকাৰলৈ ৰূপান্তৰ কৰা।

(f) Find the equation of the bisectors of the angles between the pair of lines given by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণে বুজোৱা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Answer ***either*** *(a)* **or** *(b)* from each of the following ***four*** equations : 10×4=40

তলৰ *চাৰিটা* সমীকৰণৰ প্ৰতিটোৰ *(a)* ***অথবা*** *(b)* অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

4. *(a)* *(i)* Find the equation of the tangent to the conic

$$4x^2 + 3xy + 2y^2 - 3x + 5y + 7 = 0$$

at the point (1,–2).

(1,–2) বিন্দুত

$$4x^2 + 3xy + 2y^2 - 3x + 5y + 7 = 0$$

শাংকৱৰ ওপৰত টনা স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Show that a homogeneous equation of second degree in x and y represents a pair of straight lines passing through the origin.

দেখুওৱা যে, x আৰু y ৰ দ্বিঘাতৰ এটা সুষম সমীকৰণে মূলবিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা এযোৰ সৰলৰেখাক বুজাব?

(b) If by a transformation from one set of rectangular axes to another with the same origin the expression

$$ax^2 + 2hxy + by^2$$

changes to $ax'^2 + 2hx'y' + by'^2$, then

$a + b = a' + b'$ and $ab - h^2 = a'b' - h'^2$.

মূলবিন্দু সাপেক্ষে আয়তীয় অক্ষদ্বয়ক ঘুৰালে যদি

$ax^2 + 2hxy + by^2$ ৰাশিটো

$ax'^2 + 2hx'y' + by'^2$ লৈ পৰিবৰ্তিত হ'ল,

তেন্তে দেখুওৱা যে

$a + b = a' + b'$ আৰু $ab - h^2 = a'b' - h'^2$ ।

5. (a) (i) Find an equation of the line in 3-space that passes through the points $P(2, 4, -1)$ and $Q(5, 0, 7)$.

$P(2, 4, -1)$ আৰু $Q(5, 0, 7)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Calculate the scalar triple product $\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})$ of the vectors $\vec{u}=3i-2j-5k$, $\vec{v}=i+4j-4k$ and $\vec{w}=3j+2k$.

$\vec{u}=3i-2j-5k$, $\vec{v}=i+4j-4k$ আৰু $\vec{w}=3j+2k$ হ'লে, $\vec{u}.(\vec{v}\times\vec{w})$ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) (i) Find the area of the triangle that is determined by the points $P(2,2,0)$, $Q(-1,0,2)$ and $R(0,4,3)$.

$P(2,2,0)$, $Q(-1,0,2)$ আৰু $R(0,4,3)$ বিন্দুৰে নিৰ্দেশ কৰা ত্ৰিভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Prove that

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\times(\vec{c}\times\vec{a})+\vec{c}\times(\vec{a}\times\vec{b})=\vec{0}$$

প্ৰমাণ কৰা যে,

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})+\vec{b}\times(\vec{c}\times\vec{a})+\vec{c}\times(\vec{a}\times\vec{b})=\vec{0}$$

6. (a) Show that the ortho-centre of the triangle formed by the lines $ax^2+2hxy+by^2=0$ and $lx+my=1$ is given by $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{a+b}{am^2-2hlm+bm^2}$.

দেখুওৱা যে $ax^2+2hxy+by^2=0$ আৰু $lx+my=1$ ৰেখাৰে আবৃত ত্ৰিভুজটোৰ পাদিক কেন্দ্ৰ হ'ল $\frac{x}{l}=\frac{y}{m}=\frac{a+b}{am^2-2hlm+bm^2}$

(b) Discuss the nature of the conic represented by

$$3x^2-8xy-3y^2+10x-13y+8=0.$$

$$3x^2-8xy-3y^2+10x-13y+8=0$$

সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা শাংকৱৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা।

7. (a) (i) Show that the equation of the tangent to the conic $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ at the point α is

$$\frac{l}{r}=e\cos\theta+\cos(\theta-\alpha)$$

দেখুওৱা যে $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ শাংকৱটোৰ α বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{l}{r}=e\cos\theta+\cos(\theta-\alpha)$$

(ii) Obtain the equation of the chord of the conic $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$, joining the two points on the conic, whose vectorial angles are $(\alpha+\beta)$ and $(\alpha-\beta)$.

$\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ শাংকৱটোৰ $(\alpha+\beta)$ আৰু $(\alpha-\beta)$ বিন্দু সংযোগী জ্যাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(b) (i) Find the condition that the line $a\cos\theta+b\sin\theta=\frac{l}{r}$ may be a normal to the conic $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$.

$a\cos\theta+b\sin\theta=\frac{l}{r}$ ৰেখাডাল $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ শাংকৱৰ অভিলম্ব হোৱাৰ চৰ্ত্ত উলিওৱা।

(ii) Find the polar equation of a circle.

এটা বৃত্তৰ ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।