36T MATH
(EN/AS/BN/BD)

2026

120579

MATHEMATICS

Full Marks : 100
Pass Marks : 30

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

ALLOTMENT OF MARKS

Q. No. **1** (*a* –*m*) carries *1* mark each (any *ten*)	:	1×10 = 10
Q. Nos. **2–13** carry *4* marks each	:	4×12 = 48
Q. Nos. **14–20** carry *6* marks each	:	6×7 = 42
		Total =100

1. Answer the following as directed (any *ten*) : 1×10=10

তলত দিয়াবোৰৰ নিৰ্দেশানুসাৰে উত্তৰ দিয়া (যিকোনো দহটা) :

নিম্নলিখিতগুলির নির্দেশানুযায়ী উত্তর দাও (যে-কোনো দশটি) :

गाहायाव होनाय सोंथिफोरनि फिननाय हो (जायखिजाया मोनजि) :

(a) If $A=\{a, b, c\}$ and $B=\{1, 2, 3\}$, then find the total number of relations from the set A to B.

যদি $A=\{a, b, c\}$ আৰু $B=\{1, 2, 3\}$ হয়, তেন্তে A সংহতিৰ পৰা B লৈ হোৱা মুঠ সম্বন্ধৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰাঁ।

যদি $A=\{a, b, c\}$ এবং $B=\{1, 2, 3\}$ হয়, তাহলে A সংহতির থেকে B পর্যন্ত মোট সম্বন্ধের সংখ্যা নির্ণয় করো।

जुदि $A=\{a, b, c\}$ आरो $B=\{1, 2, 3\}$, अब्ला A खोन्दोनिफ्राय B सिम जानाय गासै सोमोनदोनि अनजिमाखौ दिहुन।

(b) The value of $\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$ is

$\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$-ৰ মান

$\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$-এর মান

$\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$नि माना

(i) 0 (ii) −1 (iii) 1 (iv) 3

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/ শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/गेबें फिननायखौ सायख')

(c) What are the direction cosines of x-axis?

x-অক্ষডালৰ দিশাংকবোৰ কি কি?

x-অক্ষটির দিশাংকগুলি কী কী?

x-बिथ'नि थों कसाइना मा?

(d) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$.

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$-অৰ মুখ্য মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$-এর মুখ্য মান নির্ণয় করো।

$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$नि गाहाइ मानखौ दिहुन।

(e) Let A be a square matrix of order 3×3, and $\det A=7$ $(|A|=7)$. Find the value of $\det(\text{adj } A)$.

ধৰা হ'ল A এটা 3×3 ঘাতৰ মৌলকক্ষ আৰু $\det A=7$ $(|A|=7)$. $\det(\text{adj } A)$-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

ধরা হলো A একটি 3×3 ঘাতের মৌলকক্ষ এবং $\det A=7$ $(|A|=7)$. $\det(\text{adj } A)$-এর মান নির্ণয় করো।

जुदि A आ 3×3 नि बर्ग थोंसाजाय आरो $\det A=7$ $(|A|=7)$, अब्ला $\det(\text{adj } A)$नि मानखौ दिहुन।

(f) The function $f(x)=|x-a|$ is

$f(x)=|x-a|$ ফলনটো

$f(x)=|x-a|$ ফলনটি

$f(x)=|x-a|$नि मावथुना

(i) continuous at $x=a$, but not differentiable at $x=a$

$x=a$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন, কিন্তু $x=a$ বিন্দুত অৱকলনীয় নহয়

$x=a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন, কিন্তু $x=a$ বিন্দুতে অবকলনীয় নয়

$x=a$ बिनदोवाव आनथोरजयै, नाथाय $x=a$ बिनदोवाव थुबुर फारागथि नङा

(ii) both continuous and differentiable at $x = a$

$x = a$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন আৰু অৱকলনীয় দুয়োটাই হয়

$x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন এবং অবকলনীয় দুটিই হয়

$x = a$ बिनदोवाव आनथोरजयै आरो थुबुर फारागथि मोननैबो गेबें

(iii) neither continuous nor differentiable at $x = a$

$x = a$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্নও নহয় আৰু অৱকলনীয়ও নহয়

$x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্নও নয় এবং অবকলনীয়ও নয়

$x = a$ बिनदोवाव आनथोरजयैबो नङा आरो थुबुर फारागथिबो नङा

(iv) differentiable at $x = a$, but not continuous at $x = a$

$x = a$ বিন্দুত অৱকলনীয় হয়, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন নহয়

$x = a$ বিন্দুতে অবকলনীয় হয়, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন নয়

$x = a$ बिनदोवाव थुबुर फारागथि, नंगौ नाथाय आनथोरजयै नङा

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/ শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/गेबें फिननायखौ सायख')

(g) If

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

and $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, then find the value of α.

যদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

আৰু $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, তেন্তে α-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

যদি

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

এবং $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, তাহলে α-এর মান নির্ণয় করো।

जुदि

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

आरो $A + A^T = I$, $0 < \alpha < 90^\circ$, अब्ला α नि मानखौ दिहुन।

(h) Evaluate : $\int(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)\,dx$

মান নিৰ্ণয় কৰাঁ : $\int(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)\,dx$

মান নির্ণয় করো : $\int(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)\,dx$

मान दिहुन : $\int(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)\,dx$

(i) If $f(x) = \sin^2\sqrt{x}$, then $f'(x) = ?$

যদি $f(x) = \sin^2\sqrt{x}$, তেন্তে $f'(x) = ?$

যদি $f(x) = \sin^2\sqrt{x}$, তাহলে $f'(x) = ?$

जुदि $f(x) = \sin^2\sqrt{x}$, अब्ला $f'(x) = ?$

(j) The Signum function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is given by

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

then

ছিগনাম ফলন (Signum function) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এনেদৰে দিয়া আছে

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{যদি } x > 0 \\ 0, & \text{যদি } x = 0 \\ -1, & \text{যদি } x < 0 \end{cases}$$

তেন্তে

[Contd.

সিগনাম ফলন (Signum function) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ নিম্নৰূপে দেওয়া আছে

$$f(x)=\begin{cases}1, & \text{যদি } x>0\\ 0, & \text{যদি } x=0\\ -1, & \text{যদি } x<0\end{cases}$$

তাহলে

সিগনাম মাবথুন (Signum function) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases}1, & \text{জুদি } x>0\\ 0, & \text{জুদি } x=0\\ -1, & \text{জুদি } x<0\end{cases}$$

(i) $f(x)$ is both one-one and onto

$f(x)$ একৈকী আৰু আচ্ছাদক দুটা হয়

$f(x)$ একৈকী এবং আচ্ছাদক দুটি হয়

$f(x)$ গুদিফা আরো গুদিগ্লোব মোননৈবো গেবেঁ

(ii) $f(x)$ is neither one-one nor onto

$f(x)$ একৈকীও নহয় আচ্ছাদকও নহয়

$f(x)$ একৈকীও নয় এবং আচ্ছাদকও নয়

$f(x)$ গুদিফাবো নঙা গুদিগ্লোববো নঙা

(iii) $f(x)$ is one-one but not onto

$f(x)$ একৈকী হয় কিন্তু আচ্ছাদক নহয়

$f(x)$ একৈকী কিন্তু আচ্ছাদক নয়

$f(x)$ গুদিফা নংগৌ নাথায় গুদিগ্লোব নঙা

(iv) $f(x)$ is onto but not one-one

$f(x)$ আচ্ছাদক হয় কিন্তু একৈকী নহয়

$f(x)$ আচ্ছাদক কিন্তু একৈকী নয়

$f(x)$ গুদিগ্লোব নংগৌ নাথায় গুদিফা নঙা

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/ শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/গেবেঁ ফিননায়খৌ সায়খ')

(k) The value of $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$ is

$\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$-অৰ মান

$\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$-এর মান

$\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$ নি মানা

(i) $\frac{\pi}{3}$ *(ii)* $\frac{2\pi}{3}$ *(iii)* $\frac{\pi}{6}$ *(iv)* $\frac{\pi}{12}$

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/ শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/গেবেঁ ফিননায়খৌ সায়খ')

(l) If A and B are two events such that $A\subset B$ and $P(B)\neq 0$, then which of the following is correct?

যদি A আৰু B দুটা ঘটনা যাতে $A\subset B$ আৰু $P(B)\neq 0$, তেন্তে তলত উল্লেখ কৰা কোনটো সত্য ?

যদি A এবং B দুটি ঘটনা যেখানে $A\subset B$ এবং $P(B)\neq 0$, তাহলে নিচে উল্লেখ করা কোনটি সত্য ?

জুদি A আরো B মোননৈ জাথাই জায় $A\subset B$ আরো $P(B)\neq 0$, অব্লা গাহায়াব হোনায় ববে মোনসেয়া গেবেঁ?

(i) $P(A|B)=\frac{P(B)}{P(A)}$ *(ii)* $P(A|B)<P(A)$

(iii) $P(A|B)\geq P(A)$ *(iv)* None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

উপরের একটিও নয়

গোজৌনি মোনসেবো নঙা

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/ শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/গেবেঁ ফিননায়খৌ সায়খ')

[*Contd.*

(m) The integrating factor of the differential equation $x\dfrac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is

অৱকল সমীকৰণ $x\dfrac{dy}{dx} - y = 2x^2$-অৰ অনুকলন গুণক হ'ল

অবকল সমীকরণ $x\dfrac{dy}{dx} - y = 2x^2$-এর অনুকলন গুণক হলো

सानख्रि समानथाइ $x\dfrac{dy}{dx} - y = 2x^2$ नि सानज्र'थायारि सानजाबगिरिया

(i) e^{-x} (ii) $-\dfrac{1}{x}$ (iii) $\dfrac{1}{x}$ (iv) x

(Choose the correct answer/শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱাঁ/ শুদ্ধ উত্তরটি বেছে নাও/गेबें फिननायखौ सायख')

2. Answer (a) or (b) and (c) :

(a) নাইবা (b) আৰু (c)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) অথবা (b) এবং (c)-এর উত্তর করো :

(a) नङाब्ला (b) आरो (c) नि फिन हो :

(a) If $-\dfrac{3\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$, then prove that $\tan^{-1}\dfrac{\cos x}{1-\sin x} = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{x}{2}$. 4

যদি $-\dfrac{3\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰাঁ যে $\tan^{-1}\dfrac{\cos x}{1-\sin x} = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{x}{2}$.

যদি $-\dfrac{3\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$, তাহলে প্রমাণ করো যে $\tan^{-1}\dfrac{\cos x}{1-\sin x} = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{x}{2}$.

जुदि $-\dfrac{3\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$, अब्ला फोरमान खालाम दि $\tan^{-1}\dfrac{\cos x}{1-\sin x} = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{x}{2}$.

Or / নাইবা / অথবা / एब्रा

(b) Prove that

প্ৰমাণ কৰাঁ যে

প্রমাণ করো যে

फोरमान खालाम दि

$$\cot^{-1}\left(\frac{1+xy}{x-y}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1+yz}{y-z}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1+zx}{z-x}\right) = 0$$ 2

(c) Prove that

প্ৰমাণ কৰাঁ যে

প্রমাণ করো যে

फोरमान खालाम दि

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\pi}{4}$$ 2

3. Answer (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) নাইবা (c) আৰু (d)-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং (b) অথবা (c) এবং (d)-এর উত্তর করো :

(a) आरो (b) एब्रा (c) आरो (d) नि फिन हो :

(a) If

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

then find x and y such that $A^2 + xI = yA$. 2

যদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

তেন্তে x আৰু y নিৰ্ণয় কৰাঁ যাতে $A^2 + xI = yA$.

 [Contd.

যদি

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

তাহলে x এবং y নির্ণয় করো যাতে $A^2 + xI = yA$.

जुदि

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

x आरो y खौ थि खालाम जाहाथे $A^2 + xI = yA$.

(b) If A and B are invertible matrices of the same order, then prove that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 2

যদি দুটা একে ঘাতৰ মৌলকক্ষ A আৰু B-ৰ প্ৰতিলোম হয়, তেনেহ'লে প্ৰমাণ কৰাঁ যে $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

যদি দুটি একই ঘাতের মৌলকক্ষ A এবং B-এর প্রতিলোম থাকে, তাহলে প্রমাণ করো যে $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

जुदि मोननै एखे फारि बिउल्थाखोथाव थोंसाजाया A आरो B, अब्ला फोरमान खालाम दि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

Or / নাইবা / অথবা / एब्ला

(c) Prove that the diagonal elements of a skew-symmetric matrix are zero. 2

প্ৰমাণ কৰাঁ যে বিষম-সমমিত মৌলকক্ষৰ আটাইবোৰ বিকৰ্ণ মৌল শূন্য।

প্রমাণ করো যে বিষম-সমমিত মৌলকক্ষের সবগুলি বিকর্ণ মৌল শূন্য।

फोरमान खालाम दि खेंस्ला फारिग्रोब थोंसाजायनि खनाहांखो गुदिथाया लाथिख'।

(d) For what value of x

x-ৰ কি মানৰ বাবে

x-এর কোন্ মানের জন্য

x नि मा माननि थाखाय

$$(x \;\; 1)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} = (0)?$$ 2

4. (a) Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$. Consider the function $f : A \to B$ defined by $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$. Is f one-one and onto? Justify your answer. 4

ধৰা হ'ল $A = \mathbb{R} - \{3\}$ আৰু $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f : A \to B$, $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ ফলনটো লোৱা হ'ল। f ফলনটো একৈকী আৰু আচ্ছাদক হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰাঁ।

ধরা হলো $A = \mathbb{R} - \{3\}$ এবং $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f : A \to B$, $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ ফলনটি নেওয়া হলো। f ফলনটি একৈকী এবং আচ্ছাদক হবে কি? তোমার উত্তরের যুক্তিযুক্ততা প্রতিপন্ন করো।

हमना लाबाय $A = \mathbb{R} - \{3\}$ आरो $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f : A \to B$, $f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$ मावथुनखौ लानाय जाबाय। f मावथुना गुदिफा आरो गुदिग्रोब नंगौना? नोंनि फिननायखौ जुक्तिजों दिनथि।

Or / নাইবা / অথবা / एब्ला

(b) Show that the relation R in the set $\mathbb{R}$ of real numbers, defined by $R = \{(a, b) : a \le b^2\}$, is neither reflexive, nor symmetric, nor transitive. 4

দেখুওৱাঁ যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbb{R}$-অত সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ $R = \{(a, b) : a \le b^2\}$ প্ৰতিফলনীয় নহয়, প্ৰতিসম নহয়, সংক্ৰামকও নহয়।

দেখাও যে বাস্তব সংখ্যার সংহতি $\mathbb{R}$-এ সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ $R = \{(a, b) : a \le b^2\}$ প্রতিফলনীয় নয়, প্রতিসম নয়, সংক্রামকও নয়।

दिनथि दि गुबै अनजिमानि जथाइ $\mathbb{R}$ आव सोमोनदोआ $R = \{(a, b) : a \le b^2\}$ रिफिनाय गैयि, फारिग्रोब गैयि, गुस्लायारि नङा।

5. Find $\frac{dy}{dx}$ of the following (any *two*) : 2×2=4

তলৰ $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰাঁ (যিকোনো দুটা) :

নিচের $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় করো (যে-কোনো দুটি) :

गाहायनि $\frac{dy}{dx}$ दिहुन (जायखिजाया मोननैनि) :

(i) $\left(\frac{x}{a}\right)^m + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1$

(ii) $y = x^x$

(iii) $y = \sin^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right),\ 0 < x < 1$

6. (a) The volume of a cube is increasing at the rate of 9 cubic centimetres per second. How fast is the surface area increasing, when the length of an edge is 10 centimetres? 4

এটা ঘনৰ আয়তন প্ৰতি ছেকেণ্ডত 9 ঘন ছেণ্টিমিটাৰ হাৰে বাঢ়ে। কি হাৰত পৃষ্ঠকালি বাঢ়ে উলিওৱাঁ, যেতিয়া এটা দাঁতিৰ দৈৰ্ঘ্য 10 ছেণ্টিমিটাৰ?

একটি ঘনকের আয়তন প্রতি সেকেণ্ডে 9 ঘন সেন্টিমিটার হারে বাড়ে। কী হারে পৃষ্ঠকালি বাড়ে বের করো, যখন একটি প্রান্তের দৈর্ঘ্য 10 সেন্টিমিটার?

मोनसे थामबथ' रोजागासैनि मोनफ्रोम सेकेन्दाव 9 थामबथ' सेनटिमिटार हाराव बाङो। मा हाराव बिखुं दब्लाइथि बाङो दिहुन जेब्ला मोनसे रुगुंनि लाउथाइया 10 सेनटिमिटार।

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(b) Let I be any interval disjoint from $[-1, 1]$. Prove that the function f, given by $f(x) = x + \frac{1}{x}$, is strictly increasing on I. 4

ধৰা হ'ল I এটা অন্তৰাল আৰু ই $[-1, 1]$ৰ লগত অসংযুক্ত। প্ৰমাণ কৰাঁ যে, $f(x) = x + \frac{1}{x}$-অৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনটো Iত সতত বৰ্ধমান।

ধরা হলো I একটি অন্তরাল এবং এটি $[-1, 1]$-এর সঙ্গে অসংযুক্ত। প্রমাণ করো যে, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ -এর দ্বারা নির্দিষ্ট ফলনটি Iতে সতত বর্ধমান।

हमना लाबाय I आ मोनसे इसिङारि दानखावग्रा आरो बेयो $[-1, 1]$ जों नांजाबाखै।

फोरमान खालाम दि, $f(x) = x + \frac{1}{x}$ जों थिखानाय मावथुना I आव थोजोङै बाङो।

7. (a) Evaluate (any *two*) : 2×2=4

মান নিৰ্ণয় কৰাঁ (যিকোনো দুটা) :

মান নির্ণয় করো (যে-কোনো দুটি) :

मान दिहुन (जायखिजाया मोननै) :

(i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + x}$

(ii) $\int \tan^4 x\, dx$

(iii) $\int e^x\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) dx$

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(b) Show that $\int_0^a f(x)\cdot g(x)\, dx = 2\int_0^a f(x)\, dx$, if f and g are defined as $f(x) = f(a-x)$ and $g(x) + g(a-x) = 4$. 4

দেখুওৱাঁ যে $\int_0^a f(x)\cdot g(x)\, dx = 2\int_0^a f(x)\, dx$, যদি f আৰু g-ক $f(x) = f(a-x)$ আৰু $g(x) + g(a-x) = 4$-অৰ বাবে সংজ্ঞায়িত কৰা হয়।

দেখাও যে $\int_0^a f(x)\cdot g(x)\, dx = 2\int_0^a f(x)\, dx$, যদি f এবং g-কে $f(x) = f(a-x)$ এবং $g(x) + g(a-x) = 4$-এর দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয়।

दिनथि दि $\int_0^a f(x)\cdot g(x)\, dx = 2\int_0^a f(x)\, dx$, जुदि f आरो g खौ $f(x) = f(a-x)$ आरो $g(x) + g(a-x) = 4$ नि थाखाय फोरमायनाय जायो।

8. *(a)* Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$ 4

অনুকলনৰ সহায়ত $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰাঁ।

অনুকলনের সাহায্যে $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্ত বেষ্টিত ক্ষেত্রের কালি নির্ণয় করো।

सानज्रं'नाय बाहायनानै $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ लावखननि दब्लाइथि दिहुन।

***Or* / নাইবা / অথবা / एबा**

(b) Find the area bounded by the curve $y=\cos x$ between $x=0$ and $x=2\pi$. 4

$x=0$ আৰু $x=2\pi$-ৰ মাজত $y=\cos x$ বক্ৰৰে আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰাঁ।

$x=0$ এবং $x=2\pi$-এর মধ্যে $y=\cos x$ বক্র দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের কালি নির্ণয় করো।

$y=\cos x$ बोहांखोआ $x=0$ आरो $x=2\pi$ नि गेजेराव आवग्रिना थानाय जायगानि दब्लाइथि दिहुन।

9. Answer *(a)* and *(b)* *or* *(c)* :

(a) আৰু *(b)* নাইবা *(c)*-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং *(b)* অথবা *(c)*-এর উত্তর করো :

(a) आरो *(b)* एबा *(c)* नि फिननाय हो :

(a) If $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ and $\vec{b}=3\hat{i}+\hat{j}-5\hat{k}$, then find a unit vector in the direction of $\vec{a}-\vec{b}$. 2

যদি $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ আৰু $\vec{b}=3\hat{i}+\hat{j}-5\hat{k}$, তেন্তে $\vec{a}-\vec{b}$-ৰ দিশত এটা একক ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰাঁ।

যদি $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ এবং $\vec{b}=3\hat{i}+\hat{j}-5\hat{k}$, তাহলে $\vec{a}-\vec{b}$-এর দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো।

जुदि $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ आरो $\vec{b}=3\hat{i}+\hat{j}-5\hat{k}$, अब्ला $\vec{a}-\vec{b}$ फारसे मोनसे गोरथि भेक्टर दिहुन।

(b) For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, show that $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leq|\vec{a}||\vec{b}|$. 2

যিকোনো দুটা ভেক্টৰ $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$-ৰ বাবে দেখুওৱাঁ যে $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leq|\vec{a}||\vec{b}|$.

যে-কোনো দুটি ভেক্টর $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$-এর জন্য দেখাও যে $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leq|\vec{a}||\vec{b}|$.

जायखिजाया मोननै भेक्टर $\vec{a}$ आरो $\vec{b}$ नि थाखाय दिनथि दि $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leq|\vec{a}||\vec{b}|$.

***Or* / নাইবা / অথবা / एबा**

(c) Let $\vec{a}=\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{b}=3\hat{i}-2\hat{j}+7\hat{k}$ and $\vec{c}=2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$. Find a vector $\vec{d}$, which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$, and $\vec{c}\cdot\vec{d}=15$. 4

ধৰা হ'ল $\vec{a}=\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{b}=3\hat{i}-2\hat{j}+7\hat{k}$ আৰু $\vec{c}=2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$. $\vec{d}$ ভেক্টৰটো $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$ উভয়ৰে ওপৰত লম্ব আৰু $\vec{c}\cdot\vec{d}=15$ হ'লে $\vec{d}$ উলিওৱাঁ।

ধরা হলো $\vec{a}=\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{b}=3\hat{i}-2\hat{j}+7\hat{k}$ এবং $\vec{c}=2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$. $\vec{d}$ ভেক্টরটি $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ উভয়ের উপরে লম্ব এবং $\vec{c}\cdot\vec{d}=15$ হলে $\vec{d}$ বের করো।

हमना लाबाय $\vec{a}=\hat{i}+4\hat{j}+2\hat{k}$, $\vec{b}=3\hat{i}-2\hat{j}+7\hat{k}$ आरो $\vec{c}=2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$. $\vec{d}$ भेक्टरा $\vec{a}$ आरो $\vec{b}$ नि सायाव थोंगोरै आरो $\vec{c}\cdot\vec{d}=15$ जायोब्ला $\vec{d}$ खौ दिहुन।

10. *(a)* If θ is the angle between two unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$, and $\hat{a}+\hat{b}$ is a unit vector, then find θ. Also find $|\hat{a}-\hat{b}|$. 2+2=4

$\hat{a}$ আৰু $\hat{b}$ দুটা একক ভেক্টৰ আৰু θ সিহঁতৰ মাজৰ কোণ। যদি $\hat{a}+\hat{b}$ এটা একক ভেক্টৰ হয়, তেন্তে θ নিৰ্ণয় কৰাঁ। লগতে $|\hat{a}-\hat{b}|$-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

[Contd.

$\hat{a}$ এবং $\hat{b}$ দুটি একক ভেক্টর ও θ ওদের মাঝের কোণ। যদি $\hat{a}+\hat{b}$ একটি একক ভেক্টর হয়, তাহলে θ নির্ণয় করো। এর সঙ্গে $|\hat{a}-\hat{b}|$-এর মান নির্ণয় করো।

$\hat{a}$ आरो $\hat{b}$ मोननै गोरथिं भेक्टर आरो θ आ बेसोरनि गेजेरनि खना। जुदि $\hat{a}+\hat{b}$ आ मोनसे गोरथिं भेक्टर जायो, अब्ला θ खौ दिहुन। लोगोसे $|\hat{a}-\hat{b}|$नि मानखौ दिहुन।

Or / নাইবা / অথবা / एब्रा

(b) Find the foot of the perpendicular from the point (1, 6, 3) to the line $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$. 4

(1, 6, 3) বিন্দুৰ পৰা $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ ৰেখাৰ ওপৰত টনা লম্বৰ পাদবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা।

(1, 6, 3) বিন্দুর থেকে $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ রেখার উপরে টানা লম্বের পাদবিন্দু নির্ণয় করো।

(1, 6, 3) बिनदोनिफ्राय $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ हांखोनि सायाव बोनाय थोंगोर गुदिबिनदोखौ दिहुन।

11. Answer *(a)* and *(b)* or *(c)* :

(a) আৰু *(b)* নাইবা *(c)*-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং *(b)* অথবা *(c)*-এর উত্তর করো :

(a) आरो *(b)* एब्रा *(c)* नि फिननाय हो :

(a) Find the angle between any two diagonals of a cube. 3

ঘনক (cube) এটাৰ যিকোনো দুডাল কৰ্ণৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

একটি ঘনকের (cube) যে-কোনো দুটি কর্ণের মাঝের কোণ নির্ণয় করো।

थामबथ’ (cube) मोनसेनि जायखिजाया दोंनै खनाहांखोनि गेजेरनि खनाखौ दिहुन।

(b) If a line makes angles 90°, 135°, 45° with the *x*-axis, *y*-axis and *z*-axis respectively, find its direction cosines. 1

যদি এডাল ৰেখাই *x*-অক্ষ, *y*-অক্ষ আৰু *z*-অক্ষৰ সৈতে যথাক্ৰমে 90°, 135° আৰু 45° কোণ উৎপন্ন কৰে, ইয়াৰ দিশাংকবোৰ উলিওৱাঁ।

যদি একটি রেখা *x*-অক্ষ, *y*-অক্ষ এবং *z*-অক্ষের সঙ্গে যথাক্রমে 90°, 135° এবং 45° কোণ উৎপন্ন করে, এর দিশাংকগুলি বের করো।

जुदि दोंसे हांखोआ *x*-बिथ’, *y*-बिथ’ आरो *z*-बिथ’जों फारियै 90°, 135°, 45° नि खना सोमजिहोयोब्ला, बेनि थों कसाइनखौ दिहुन।

Or / নাইবা / অথবা / एब्रा

(c) Find the distance between the two parallel lines given by

$$\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$$

and $\vec{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$ 4

দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাৰ সমীকৰণ দুটা যথাক্ৰমে

$$\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$$

আৰু $\vec{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$

হ’লে, সিহঁতৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিওৱাঁ।

দুটি সমান্তরাল রেখার সমীকরণ দুটি যথাক্রমে

$$\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$$

এবং $\vec{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$

হলে, ওদের মাঝখানের দূরত্ব বের করো।

दोंनै लिग हांखोनि बुंफुरलुवा फारियै

$$\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$$

आरो $\vec{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k})$

जायोब्ला बिसोरनि गेजेरनि जानथाइखौ दिहुन।

[Contd.

12. Answer *(a)* and *(b)* or *(c)* :

(a) আৰু *(b)* নাইবা *(c)*-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং *(b)* অথবা *(c)*-এর উত্তর করো :

(a) आरो *(b)* एबा *(c)* नि फिननाय हो :

(a) If E and F be any events of a sample space S, prove that $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, where E' is the complementary event of the event E. 2

যদি E আৰু F কোনো পৰীক্ষাৰ প্ৰতিদৰ্শ স্থান S-অৰ সৈতে জড়িত দুটা ঘটনা হয়, প্ৰমাণ কৰা যে $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, য'ত E' হৈছে E ঘটনাৰ পূৰক ঘটনা।

যদি E এবং F কোনো পরীক্ষার নমুনা স্থান S-এর সঙ্গে জড়িত দুটি ঘটনা হয়, তাহলে প্রমাণ করো যে $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, যেখানে E' হচ্ছে E ঘটনার পূরক ঘটনা।

जुदि हमनानै लाबाय E आरो F आ मोनसे जाथाइनि नमुना हायु S जों सोमोनदो गोनां मोननै जाथाइ, अब्ला फोरमान खालाम दि $P(E'|F) = 1 - P(E|F)$, जेराव E' आ जादों E जाथाइनि जाफु जाथाइ।

(b) If $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ and $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, then find $P(A|B)$. 2

যদি $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ আৰু $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, তেন্তে $P(A|B)$ নিৰ্ণয় কৰা।

যদি $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ এবং $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, তাহলে $P(A|B)$ নির্ণয় করো।

जुदि $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ आरो $P(A \cap B) = \frac{7}{11}$, अब्ला $P(A|B)$ खौ दिहुन।

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(c) The probabilities of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both try to solve the problem independently, then find the probability that—

(i) the problem is solved;

(ii) exactly one of them solves the problem. 2+2=4

A আৰু B-য়ে এটা বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্ৰভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল ক্ৰমে $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{1}{3}$. যদি সমস্যাটো সমাধানৰ বাবে উভয়ে স্বতন্ত্ৰভাৱে চেষ্টা কৰে, তেন্তে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে—

(i) সমস্যাটোৰ সমাধান হয়;

(ii) তেওঁলোকৰ ঠিক এজনে (exactly one of them) সমস্যাটোৰ সমাধান আগবঢ়ায়।

A এবং B-এর দ্বারা একটি বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্রভাবে সমাধান করার সম্ভাব্যতা হলো যথাক্রমে $\frac{1}{2}$ ও $\frac{1}{3}$. যদি সমস্যাটি সমাধানের জন্য উভয়ে স্বতন্ত্রভাবে চেষ্টা করে, তাহলে সম্ভাব্যতা নির্ণয় করো যেখানে—

(i) সমস্যাটির সমাধান হয়;

(ii) তাদের মধ্যে ঠিক একজন সমস্যাটি সমাধানের চেষ্টা করে।

A आरो B आ मोनसे जर'खा जेंना गावबा गाव माब्फुंथाइ खालामनायनि जाथावनाया फारियै $\frac{1}{2}$ आरो $\frac{1}{3}$. जुदि जेंनाखौ माब्फुंथाइ खालामनो सानैबो गावबा गाव नाजायो, अब्ला जाथावनाखौ थि खालाम जाहाथे—

(i) जेंनाया माब्फुं जायो;

(ii) बिसोरनि सासेयाल' (exactly one of them) जेंनानि माब्फुंथाइ होनो हाबाय।

[*Contd.*

13. *(a)* There are three coins. One is two-headed coin (having head on both faces), another is a biased coin that comes up head 75% of the time and third is an unbiased coin. One of the three coins is chosen at random and tossed, it shows head. What is the probability that it is the two-headed coin? 4

তিনিটা মুদ্ৰাৰ এটা দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট (দুয়ো পিঠিত মুণ্ড থকা), দ্বিতীয়টো বিষম গাঠনিযুক্ত যাৰ টছ কাৰ্যত 75% মুণ্ড প্ৰাপ্ত হয় আৰু তৃতীয়টো নিখুঁত গাঠনিযুক্ত। যাদৃচ্ছিকভাৱে মুদ্ৰা তিনিটাৰ এটা নিৰ্বাচন কৰি টছ কৰাত মুণ্ড পোৱা গ'ল। মুদ্ৰাটো দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

তিনটি মুদ্রার একটি দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট (দুই পৃষ্ঠে মুণ্ড থাকা), দ্বিতীয়টি বিষম গাঁথনিযুক্ত যার টস কার্যে 75% মুণ্ড প্রাপ্ত হয় এবং তৃতীয়টি নিখুঁত গাঁথনিযুক্ত। যাদৃচ্ছিকভাবে মুদ্রা তিনটির একটি নির্বাচন করে টস করায় মুণ্ড পাওয়া গেল। মুদ্রাটি দ্বিমুণ্ড-বিশিষ্ট হওয়ার সম্ভাব্যতা কতো?

मोनथाम खावरिनि मोनसेया मोननै खर' गोनां (खावरिनि फारनैथिंबो खर' थानाय), नैथिया लेमनाय जायखौ टस खालामनायाव 75% खर' नुजायो आरो थामथिया लेमनाय गैयि खावरि। बेनि मोनसेखौ सायख्ल'ना टस खालामनाय जाबाय आरो खर' मोननो हाबाय। खावरिया खर' मोननै गोनां जानायनि जाथावनाया बेसेबां?

Or / नाইবা / অথবা / एबा

(b) An instructor has a question bank consisting 300 easy True/False questions, 200 difficult True/False questions, 500 easy multiple choice questions and 400 difficult multiple choice questions. If a question is selected at random from the question bank, what is the probability that it will be an easy question given that it is a multiple choice question? 4

এজন পৰীক্ষকৰ হাতত 300টা সহজ সঁচা/মিছা ধৰণৰ, 200টা কঠিন সঁচা/মিছা ধৰণৰ, 500টা সহজ বহুবিকল্পযুক্ত (multiple choice) আৰু 400টা কঠিন বহুবিকল্পযুক্ত প্ৰশ্নৰ এখন প্ৰশ্নকোষ (question bank) আছে। প্ৰশ্নকোষৰ পৰা এটা প্ৰশ্ন যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰিলে প্ৰশ্নটো সহজ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান যদি ই এটা বহুবিকল্পযুক্ত প্ৰশ্ন বুলি ইতিমধ্যে জনা যায়?

একজন পরীক্ষকের হাতে 300টি সহজ সত্য/মিথ্যা ধরনের, 200টি কঠিন সত্য/মিথ্যা ধরনের, 500টি সহজ বহুবিকল্পযুক্ত (multiple choice) এবং 400টি কঠিন বহুবিকল্পযুক্ত প্রশ্নের একটি প্রশ্নকোষ (question bank) আছে। প্রশ্নকোষের থেকে একটি প্রশ্ন যাদৃচ্ছিকভাবে বের করলে প্রশ্নটি সহজ হওয়ার সম্ভাব্যতা কত যদি এটি একটি বহুবিকল্পযুক্ত প্রশ্ন বলে ইতিমধ্যে জানা যায়?

सासे आनजाद लागिरिनि आखाइयाव 300 गोरलै गेबें/गोरोनथि दिनथिनाय, 200 गोब्राब गेबें/गोरोनथि दिनथिनाय, 500 गोरलै बां मिजिर (multiple choice) आरो 400 गोब्राब बांमिजिर सोंथिनि गासै सोंथिमाला (question bank) दं। सोंथिमालानिफ्राय मोनसे सोंथिसायख्ल'ब्ला सोंथिया गोरलै जानायनि जाथावनाया बेसेबां जिदु बेखौ मोनसे बांमिजिर सोंथि होननानै मिथिमारनाय जायो?

14. Answer *(a)* and *(b)* or *(c)* :

(a) আৰু *(b)* নাইবা *(c)*-ৰ উত্তৰ কৰাঁ :

(a) এবং *(b)* অথবা *(c)*-এর উত্তর করো :

(a) आरो *(b)* एबा *(c)* नि फिननाय हो :

(a) If

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

and I is the identity matrix of order 2, then show that

$$I + A = (I - A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$ 4

যদি

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

আৰু I এটা 2 ঘাতৰ অভেদ মৌলকক্ষ, তেন্তে দেখুওৱাঁ যে

$$I + A = (I - A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

[Contd.

যদি

$$A=\begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

এবং I একটি 2 ঘাতের অভেদ মৌলকক্ষ হয়, তাহলে দেখাও যে

$$I+A=(I-A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

জুদি

$$A=\begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

आरो I आ फारि 2 नि सिनायथि थोंसाजाय, दिनथि दि

$$I+A=(I-A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

(b) If

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x+iy$$

then find the values of x and y. 2

যদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x+iy$$

তেন্তে x আৰু y-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

যদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x+iy$$

তাহলে x এবং y-এর মান নির্ণয় করো।

জুদি

$$\begin{vmatrix} 6i & -3i & 1 \\ 4 & 3i & -1 \\ 20 & 3 & i \end{vmatrix} = x+iy$$

अब्ला x आरो y नि मान दिहुन।

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(c) Using matrix, solve the following system of linear equations : 6

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিৰে তলৰ সমীকৰণ প্ৰণালীৰ সমাধান কৰা :

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিতে নিচের সমীকরণ প্রণালীর সমাধান করো :

थोंसाजाय बाहायनानै गाहायनि हांखोथाइ समानथाइखौ मावफुंथाइ खालाम :

$$x-y+2z=7$$
$$3x+4y-5z=-5$$
$$2x-y+3z=12$$

15. Answer *(a)* and *(b)* or *(c)* and *(d)* :

(a) আৰু *(b)* নাইবা *(c)* আৰু *(d)*-ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) এবং *(b)* অথবা *(c)* এবং *(d)*-এর উত্তর করো :

(a) आरो *(b)* एबा *(c)* आरो *(d)* नि फिननाय हो :

(a) Find the relationship between a and b so that the function f defined by

$$f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{if } x\le 3 \\ bx+3, & \text{if } x>3 \end{cases}$$

is continuous at $x=3$. 3

f ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে :

$$f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{যদি } x\le 3 \\ bx+3, & \text{যদি } x>3 \end{cases}$$

ফলনটো $x=3$-ত অবিচ্ছিন্ন হ'লে a আৰু b-ৰ মাজৰ সম্বন্ধ উলিওৱাঁ।

f ফলনের সংজ্ঞা এধরনে দেওয়া আছে :

$$f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{যদি } x\le 3 \\ bx+3, & \text{যদি } x>3 \end{cases}$$

ফলনটি $x=3$-তে অবিচ্ছিন্ন হলে a এবং b-এর মধ্যে সম্বন্ধ বের করো।

f मावथुननि बुंफोरथिखौ ओंरै होनाय दं :

$$f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{जुदि } x\le 3 \\ bx+3, & \text{जुदि } x>3 \end{cases}$$

मावथुना $x=3$ आव लिनथ्रि जायोब्ला a आरो b नि गेजेरनि सोमोनदोखौ दिहुन।

(b) If $x=\sqrt{a^{\sin^{-1}t}}$, $y=\sqrt{a^{\cos^{-1}t}}$, then show that $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y}{x}$. 3

যদি $x=\sqrt{a^{\sin^{-1}t}}$, $y=\sqrt{a^{\cos^{-1}t}}$, দেখুওৱাঁ যে $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y}{x}$.

যদি $x=\sqrt{a^{\sin^{-1}t}}$, $y=\sqrt{a^{\cos^{-1}t}}$, দেখাও যে $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y}{x}$.

जुदि $x=\sqrt{a^{\sin^{-1}t}}$, $y=\sqrt{a^{\cos^{-1}t}}$, दिनथि दि $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{y}{x}$.

Or / नाइबा / অথবা / एबा

(c) If $y=A\cos(\log x)+B\sin(\log x)$, then show that

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$$

where A and B are any constants. 4

যদি $y=A\cos(\log x)+B\sin(\log x)$, দেখুওৱাঁ যে

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$$

য'ত A আৰু B দুটা যিকোনো ধ্ৰুৱক।

যদি $y=A\cos(\log x)+B\sin(\log x)$, দেখাও যে

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$$

যেখানে A এবং B দুটি যে-কোনো ধ্রুবক।

जुदि $y=A\cos(\log x)+B\sin(\log x)$, दिनथि दि

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+y=0$$

जेराव A आरो B मोननैया जायखिजाया थादोम।

(d) Find the value of k so that the function f defined by

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{k\cos x}{\pi-2x}, & \text{if } x\ne\dfrac{\pi}{2} \\ 3, & \text{if } x=\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at $x=\dfrac{\pi}{2}$. 2

$x=\dfrac{\pi}{2}$ বিন্দুত f ফলন অবিচ্ছিন্ন হ'লে k-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ য'ত

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{k\cos x}{\pi-2x}, & \text{যদি } x\ne\dfrac{\pi}{2} \\ 3, & \text{যদি } x=\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে f ফলন অবিচ্ছিন্ন হলে k-এর মান নির্ণয় করো, যেখানে

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k\cos x}{\pi - 2x}, & \text{যদি } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{যদি } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ बिनदोवाव f मावथुना लिनथि जायोब्ला k नि मानखौ दिहुन, जेराव

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k\cos x}{\pi - 2x}, & \text{जुदि } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{जुदि } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

16. *(a)* Find the local maximum and local minimum values of the function f given by $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$. 6

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$-অৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলনৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান উলিওৱাঁ।

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$-এর দ্বারা নির্দিষ্ট ফলনের স্থানীয় গরিষ্ঠ এবং স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান বের করো।

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ जों थि मावथुननि जायगायारि बांसिनथा आरो जायगायारि हायसिनथानि मान दिहुन।

Or / নাইবা / অথবা / एबा

(b) A rectangular piece of tin 45 cm by 24 cm is to be made into a box without top, by cutting off squares from each corner and folding up the flaps. What should be the side of the square to be cut off so that the volume of the box is the maximum possible? 6

এখন আয়তাকাৰ টিনৰ পাতৰ জোখ 45 ছেমি. × 24 ছেমি.। প্ৰতিটো কোণৰ পৰা একোটা বৰ্গ কাটি আৰু ভাঁজ কৰি এটা বাকচ গঠন কৰা হ'ল আৰু বাকচটোৰ ওপৰৰ অংশটো নাই। কাটিবলগীয়া বৰ্গটোৰ প্ৰতি বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'লে বাকচটোৰ আয়তন গৰিষ্ঠ হ'ব?

একটি আয়তকার টিনের পাতের মাপ 45 সে.মি. × 24 সে.মি.। প্রতিটি কোণের থেকে একটি বর্গ কেটে ও ভাঁজ করে একটি বাক্স গঠন করা হলো এবং বাক্সটির উপরের অংশটি নেই। কেটে নেওয়া বর্গটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত হলে বাক্সটির আয়তন গরিষ্ঠ হবে?

गंसे आयत महरनि तिननि लाउथाइया 45 से. मि. आरो गुवारा 24 से. मि.। मोनफ्रोमबो खनानिफ्राय मोनफा बर्ग दानानै आरो थननानै मोनसे बागसु बानायनाय जाबाय आरो बागसुनि सानि खोबग्राथि गैया। दाननोगोनां बर्गनि मोनफ्रोम आखानथिनि लाउथाइया बेसेबां जायोब्ला बागसुनि रोजागासैया गोरोबगोन?

17. Evaluate (any *two*) : 3×2=6

মান নিৰ্ণয় কৰাঁ (যিকোনো দুটা) :

মান নির্ণয় করো (যে-কোনো দুটি) :

मान दिहुन (जायखिजाया **मोननै**) :

(i) $\int x^3 e^{x^2} dx$

(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{7 - 6x - x^2}}$

(iii) $\int \sin 2x \cdot \cos 3x \, dx$

18. Solve the following differential equations (any *two*) : 3×2=6

তলৰ অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান উলিওৱাঁ (যিকোনো দুটা) :

নিচের অবকল সমীকরণের সমাধান বের করো (যে-কোনো দুটি) :

गाहायनि सानखि समानथाइखौ मावफुंथाइ खालाम (जायखिजाया **मोननै**) :

(i) $y\frac{dy}{dx} = xy + x + y + 1$

(ii) $x\,dy - y\,dx = \sqrt{x^2 + y^2}\,dx$

(iii) $\frac{dy}{dx} + 2y\tan x = \sin x$, given $y = 0$, when $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y\tan x = \sin x$, দিয়া আছে $y = 0$, যেতিয়া $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y\tan x = \sin x$, দেওয়া আছে $y = 0$, যখন $x = \frac{\pi}{3}$

$\frac{dy}{dx} + 2y\tan x = \sin x$, होनाय दं $y = 0$, जेब्ला $x = \frac{\pi}{3}$

19. Answer *(a)* and *(b)* or *(c)* :

(a) আৰু *(b)* *নাইবা* *(c)*-ৰ উত্তৰ কৰঁা :

(a) এবং *(b)* *অথবা* *(c)*-এর উত্তর করো :

(a) आरो *(b)* *एबा* *(c)* नि फिननाय हो :

(a) If $\hat{a}$ and $\hat{b}$ be two unit vectors inclined at an angle θ, prove that $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$. 3

যদি θ দুটা একক ভেক্টৰ $\hat{a}$ আৰু $\hat{b}$-অৰ মাজৰ কোণ হয়, প্ৰমাণ কৰঁা যে $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$.

যদি θ দুটি একক ভেক্টর $\hat{a}$ এবং $\hat{b}$-এর মধ্যবর্তী কোণ হয়, প্রমাণ করো যে $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$.

जुदि θ, $\hat{a}$ आरो $\hat{b}$ आ मोननै गोरथि थिंथाइनि गेजेरनि खना, फोरमान खालाम दि $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}|\hat{a} - \hat{b}|$.

(b) In a bank, principal increases continuously at the rate r% per year. Find the value of r if ₹100 doubles itself in 10 years. ($\log_e 2 = 0 \cdot 6931$) 3

বেংক এটাত বছৰি r % হাৰে অবিৰতভাৱে মূলধন বৃদ্ধি হয়। যদি 100 টকা 10 বছৰত ইয়াৰ দ্বিগুণ হয়, তেন্তে r-অৰ মান উলিওৱা। ($\log_e 2 = 0 \cdot 6931$)

একটি ব্যাংকে বছরে r % হারে অবিরতভাবে মূলধন বৃদ্ধি হয়। যদি 100 টাকা 10 বছরে এর দ্বিগুণ হয়, তাহলে r-এর মান নির্ণয় করো। ($\log_e 2 = 0 \cdot 6931$)

बेंक मोनसेनि बोसोरि r % हारावै आसोला लानथियै बाडो। जुदि 100 राङा 10 बोसोराव फाननै जायो, अब्ला r नि मान दिहुन। ($\log_e 2 = 0 \cdot 6931$)

Or / नाइबा / অথবা / एबा

(c) Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ and

$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$ 6

দুডাল ৰেখাৰ হ্ৰস্বতম দূৰত্ব উলিওৱাঁ যদি ৰেখা দুডালৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ দুটা ক্ৰমে

$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ আৰু

$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$ হয়।

দুটি রেখার হ্রস্বতম দূরত্ব বের করো যদি রেখা দুটির ভেক্টর সমীকরণ দুটি ক্রমে

$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ এবং

$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$ হয়।

दोनै हांखोनि गुसुंसिन जानथाइखौ दिहुन जुदि हांखोनि भेक्टर समानथाइ मोननैया फारियै

$\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ आरो

$\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$

20. *(a)* Solve the following linear programming problem graphically : 6

Minimize $Z = 10(x - 7y + 190)$

subject to the constraints

$$x + y \le 8$$
$$x \le 5$$
$$y \le 5$$
$$x + y \ge 4$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

[Contd.

নিম্নোক্ত ৰৈখিক প্ৰ'গ্ৰেমিং সমস্যাটোৰ লৈখিক সমাধান কৰাঁ :

$$Z = 10(x - 7y + 190)\text{-অৰ}$$

সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱাঁ, য'ত চলক x আৰু y-ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$x + y \le 8$$
$$x \le 5$$
$$y \le 5$$
$$x + y \ge 4$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

নিচের রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটির লৈখিক (graphically) সমাধান করো :

$$Z = 10(x - 7y + 190)\text{-এর}$$

সর্বনিম্ন মান বের করো, যেখানে চলক x এবং y-এর সীমাবদ্ধতাসমূহ হলো

$$x + y \le 8$$
$$x \le 5$$
$$y \le 5$$
$$x + y \ge 4$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

गाहायनि हांखोथाइ फारिबिथोनारि जेनाखौ खारखोंलुथाइनि मददजों मावफुंथाइ खालाम :

$$Z = 10(x - 7y + 190)\text{नि}$$

दुइसिन मान दिहुन, जेराव आयदा x आरो y नि हेंथाइफोरा जादों

$$x + y \le 8$$
$$x \le 5$$
$$y \le 5$$
$$x + y \ge 4$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

Or / नाइबा / অথবা / एबा

(b) Determine graphically the minimum value of the objective function

$$Z = -50x + 20y$$

subject to the constraints

$$2x - y \ge -5$$
$$3x + y \ge 3$$
$$2x - 3y \le 12$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$ 6

উদ্দিষ্ট ফলন

$$Z = -50x + 20y\text{-ৰ}$$

সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱাঁ, য'ত x আৰু y-ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$2x - y \ge -5$$
$$3x + y \ge 3$$
$$2x - 3y \le 12$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

উদ্দিষ্ট ফলন

$$Z = -50x + 20y\text{-এর}$$

সর্বনিম্ন মান বের করো যেখানে x এবং y-এর সীমাবদ্ধতাসমূহ হলো

$$2x - y \ge -5$$
$$3x + y \ge 3$$
$$2x - 3y \le 12$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

थांखिथा मावथुन

$$Z = -50x + 20y\text{नि}$$

बयनिखुइ दुइसिन मान दिहुन, जेराव x आरो y नि हेंथाइफोरा जादों

$$2x - y \ge -5$$
$$3x + y \ge 3$$
$$2x - 3y \le 12$$
$$x \ge 0,\ y \ge 0$$

★★★