Total number of printed pages–31

3 (Sem–5/CBCS) MAT RE 1/RE 2

2025

MATHEMATICS

(Regular Elective)

Answer the Questions from any one Option.

OPTION–A

Paper : MAT–RE–5016

(Number Theory)

OPTION–B

Paper : MAT–RE–5026

(Discrete Mathematics)

Full Marks : 80

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

*Answer **either** in English **or** in Assamese.*

OPTION–A

Paper : MAT–RE–5016

(Number Theory)

1. Choose the correct options : ***(any ten)*** $1\times10=10$

শুদ্ধ উত্তৰ বাচি উলিওৱা ঃ *(যিকোনো দহটা)*

(i) The solution of pair of linear congruence $x\equiv3(mod5)$ and $x\equiv4(mod3)$ is

$x\equiv3(mod5)$ আৰু $x\equiv4(mod3)$ linear congruence দুটাৰ সমাধান হ'ব

(a) $x\equiv13(mod5)$

(b) $x\equiv28(mod5)$

(c) $x\equiv13(mod15)$

(d) $x\equiv13(mod3)$

(ii) Euler phi-function of a prime number p is

p এটা মৌলিক সংখ্যা হলে তাৰ Euler phi-function হ'ব

(a) p

(b) $p-1$

(c) $p/2-1$

(d) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(iii) Number of integers which are less than and co-prime to 108 is

108 তকৈ সৰু আৰু তাৰ সহ মৌলিক অখণ্ড সংখ্যাৰ মুঠ সংখ্যা হ'ব

(a) 18

(b) 17

(c) 15

(d) 36

(iv) The remainder when 2^{50} is divided by 7 is

2^{50} ক 7 ৰে হৰণ কৰিলে ভাগশেষটো হ'ব

(a) 2

(b) 4

(c) 6

(d) 8

(v) One of the solution of the congruence $15x\equiv6(mod21)$ is

$15x\equiv6(mod21)$ congruence টোৰ এটা সমাধান হ'ল

(a) 5

(b) 6

(c) 7

(d) 8

(vi) If the integers $a, b > 0$, then set of all integers of the form $ma + nb\,(m, n \in Z)$ includes

যদি $a, b > 0$, দুটা অখণ্ড সংখ্যা হয়। তেতিয়া $ma + nb\,(m, n \in Z)$ আকাৰৰ সকলো অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটো

(a) their gcd but not lcm

সিহতৰ gcd কিন্তু lcm নহয়

(b) their lcm but not gcd

সিহতৰ lcm কিন্তু gcd নহয়

(c) both lcm and gcd

lcm আৰু gcd দুয়োটাই

(d) neither gcd nor lcm

gcd আৰু lcm এটাও নহয়

(vii) For any integer a satisfying $13^3 \equiv x (mod\, 3)$, then x is

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা x ৰ বাবে $13^3 \equiv x(mod\, 3)$ হলে x ৰ মান হব

(a) 1

(b) 2

(c) 0

(d) 3

(viii) If যদি $100! \equiv x(mod\, 101)$, then x is

তেতিয়া x ৰ মান

(a) 99

(b) 100

(c) 101

(d) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(ix) Which theorem states that "if p is prime, then $a^{p-1} \equiv 1\,(mod\, p)$"?

তলৰ কোনটো উপপাদ্যৰ মতে "যদিহে p এটা মৌলিক সংখ্যা তেতিয়া হলে, $a^{p-1} \equiv 1\,(mod\, p)$"?

(a) Dirichlet's theorem

Dirichlet ৰ উপপাদ্য

(b) Wilson's theorem

Wilson ৰ উপপাদ্য

(c) Euler's theorem

Euler ৰ উপপাদ্য

(d) Fermat's little theorem

Fermat ৰ little উপপাদ্য

(x) If a positive integer n divides the difference of two integers a and b, then

যদি এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n য়ে a আৰু b অখণ্ড সংখ্যা দুটাৰ অন্তৰফলক বিভাগ কৰে, তেতিয়া হলে,

(a) $a \equiv b (\bmod n)$

(b) $a = b(\bmod n)$

(c) $a \equiv n(\bmod b)$

(d) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(xi) Let p be an odd prime. Then $x^2 \equiv -1 \ (\bmod p)$ has a solution if p is of the form

ধৰাইল, p এটা অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা। তেতিয়া, $x^2 \equiv -1 \ (\bmod p)$ এটা সমাধান থাকিব, যদিহে p ৰ আকাৰ

(a) $4k+1$

(b) $4k$

(c) $4k+3$

(d) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(xii) If যদি $ac \equiv bc \ (\bmod m)$ and আৰু $d = \gcd(m, c)$

(a) $a \equiv b\left(\bmod \frac{m}{d}\right)$

(b) $a \equiv c\left(\bmod \frac{m}{d}\right)$

(c) $a \equiv m(\bmod b)$

(d) $a \equiv m\left(\bmod \frac{b}{a}\right)$

(xiii) The highest power of 7 that divides 49! Is

49! ক হৰণ কৰিব পৰা 7 ৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত হ'ব

(a) 7

(b) 8

(c) 5

(d) 10

(xiv) The unit place digit of 12^{73}

12^{73} ৰ একক স্থানৰ অংকটো হ'ব

(a) 4

(b) 6

(c) 8

(d) 2

(xv) The product of three consecutive positive integers is divisible by

তিনিটা ক্ৰমিক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফলক সম্পূৰ্ণৰূপে বিভাজন কৰিব পৰা সংখ্যাটো হ'ব

(a) 4

(b) 6

(c) 7

(d) 9

(xvi) If a is a whole number and p is a prime number, then according to Fermat's theorem

যদিহে a এটা পূৰ্ণ সংখ্যা আৰু p এটা মৌলিক সংখ্যা হয়, তেতিয়াহলে ফাৰ্মাটৰ উপপাদ্য অনুযায়ী

(a) $a^p - a$ is divisible by p

$a^p - a$, p ৰ বিভাজ্য হ'ব

(b) $a^p - 1$ is divisible by p

$a^p - 1$, p ৰ বিভাজ্য হ'ব

(c) $a^{p-1} - 1$ is divisible by p

$a^{p-1} - 1$, p ৰ বিভাজ্য হ'ব

(d) $a^{p-1} - a$ is divisible by p

$a^{p-1} - a$, p ৰ বিভাজ্য হ'ব

(xvii) The set of integers such that every integer is congruent modulo m to exactly one integer of the set is called ____ modulo m.

অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটোক য'ত প্ৰতিটো অখণ্ড সংখ্যাই সংহতিটোক সঠিক এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ সৈতে congruent modulo m হয় তাক ____ modulo m বুলি কোৱা হয়।

(a) Reduced residue system

হ্ৰাসমান অৱশেষ প্ৰণালী

(b) Complete residue system

সম্পূৰ্ণ অৱশেষ প্ৰণালী

(c) Elementary residue system

প্ৰাথমিক অৱশেষ প্ৰণালী

(d) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(xviii) If যদি $36! \equiv x (\bmod 37)$, then x is

তেতিয়া, x ৰ মান হ'ব

(a) 36

(b) 1

(c) 10

(d) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

2. Answer ***any five*** questions : 2×5=10

যিকোনো পাঁচটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Show that if দেখুওৱা যে যদিহে $185a = 1295 (mod\, 259)$ then তেতিয়া, $a \equiv 7 (mod\, 37)$.

(b) If x be any real number. Then show that যদি x এটা যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা হয়, তেতিয়াহলে দেখুওৱা যে,

$$[x]+[-x]=\begin{cases} 0 & \text{if } x \text{ is an integer} \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(0 যদি x এটা অখণ্ড সংখ্যা, -1 অন্যথাই।)

(c) Find the solution of following linear Diophantine equation $4x - 7y = -20$.

$4x - 7y = -20$ ৰৈখিক Diophantine সমীকৰণটোৰ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

(d) If যদি $a \equiv b (mod\, n)$ and আৰু $m \mid n$, then show that $a \equiv b (mod\, m)$.

তেতিয়া দেখুওৱা যে, $a \equiv b (mod\, m)$।

(e) If $\gcd(a, b) = 1$, then find $\gcd(a+b, a^2 - ab + b^2)$.

যদি $\gcd(a, b) = 1$, তেতিয়া $\gcd(a+b, a^2 - ab + b^2)$ ৰ মান উলিওৱা।

(f) If m and n are integers such that $\gcd(m,n) = 1$, then $\tau(mn) = \tau(m)\,\tau(n)$.

যদি m আৰু n দুটা অখণ্ড সংখ্যা হয় যাতে, $\gcd(m,n) = 1$ তেতিয়া প্ৰমাণ কৰা যে, $\tau(mn) = \tau(m)\,\tau(n)$।

(g) Find all the prime numbers p such that $p^2 + 2$ is also a prime number.

আটাইবোৰ মৌলিক সংখ্যা p নিৰ্ণয় কৰা যাতে $p^2 + 2$ ও এটা মৌলিক সংখ্যা হয়।

(h) Find the number of zeroes at the end of the product of first seventy natural numbers.

প্ৰথম 70টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ পূৰণফলৰ শেষৰ পিনে থকা মুঠ শূন্যৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

(i) Find $\tau(756)$.

$\tau(756)$ ৰ মান উলিওৱা।

(j) Evaluate the exponent of 5 in 500!.

500! 5 ৰ exponent নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer ***any four*** questions : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) If φ is Euler's phi-function, then find $\varphi(\varphi(7056))$.

যদি φ এটা Euler ৰ phi-ফলন হয়, তেন্তে $\varphi(\varphi(7056))$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Show that if p is an odd prime, then $2(p-3)! \equiv -1\ (mod\ p)$.

যদি p এটা অযুগ্ম মৌল হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে, $2(p-3)! \equiv -1\ (mod\ p)$ ।

(c) Find all integers that leave a remainder of 4 when divided by 11 and leaves a remainder of 3 when divided by 17.

এনেকুৱা আটাইবোৰ অখণ্ড সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা, যিবোৰক 11 ৰে হৰণ কৰিলে 4 ভাগশেষ আৰু 17 ৰে হৰণ কৰিলে 3 ভাগশেষ থাকে।

(d) Solve $3[x] = x + 2\{x\}$ where $[x]$ denotes greatest integer less or equal to x and $\{x\}$ denotes the fractional part of x.

সমাধান কৰা ঃ $3[x] = x + 2\{x\}$,

য'ত $[x]$ য়ে x ৰ সমান নতুবা x তকৈ সৰু বৃহত্তম অখণ্ড সংখ্যাক বুজায় আৰু $\{x\}$ য়ে x ৰ ভগ্নাংশক নিৰ্দেশ কৰে।

(e) Find last *two* digits of 54^{380}.

54^{380} ৰ শেষৰ *দুটা* অংক নিৰ্ণয় কৰা।

(f) If $a_1 a_2 \ldots a_m$ is a complete residue system modulo m, and if k is a positive integer with $(k, m) = 1$, then $ka_1 + b$, $ka_2 + b, \ldots, ka_m + b$, is a complete residue system modulo m for any integer b.

যদি $a_1 a_2 \ldots a_m$ এটা সম্পূৰ্ণ residue system modulo m হয় আৰু k এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা য'ত $(k, m) = 1$, তেতিয়া $ka_1 + b$, $ka_2 + b, \ldots, ka_m + b$ এটা যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা b ৰ সম্পূৰ্ণ residue system modulo m হ'ব।

(g) If n is a prime integer with $n \geq 2$, then show that $(n-1)! \equiv -1(mod\ n)$.

যদি n এটা মৌলিক অখণ্ড সংখ্যা য'ত $n \geq 2$, তেতিয়া দেখুওৱা যে, $(n-1)! \equiv -1(mod\ n)$.

(h) If k denotes the number of distinct prime factors of positive integer n. Prove that $\sum_{d|n} |\mu(d)| = 2^k$.

যদিহে এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n ৰ ভিন্ন মৌলিক উৎপাদকৰ সংখ্যা k, তেতিয়া প্ৰমাণ কৰা যে, $\sum_{d|n} |\mu(d)| = 2^k$.

(i) Show that, the set of integers $\{5, 13, 27, 31, 34\}$ is a complete Residue System (RRS) modulo 5.

দেখুওৱা যে, $\{5, 13, 27, 31, 34\}$ অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটো এটা সম্পূৰ্ণ Residue System (RRS) modulo 5.

(j) If p_n is the n^{th} prime, then show that $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \ldots + \frac{1}{p_n}$ is not an integer.

যদি n তম মৌলিক সংখ্যাটো p_n হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে, $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \ldots + \frac{1}{p_n}$ অখণ্ড সংখ্যা নহয়।

4. Answer ***any four*** of the following questions : 10×4=40

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ ***যিকোনো চাৰিটাৰ*** উত্তৰ কৰা ঃ

(i) *(a)* Define the arithmetic function τ. If n is a square-free integer having r prime factors, prove that $\tau(n) = 2^r$.

Arithmetic ফলন τৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি n এটা r টা মৌলিক উৎপাদক বিশিষ্ট বৰ্গমুক্ত অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে, $\tau(n) = 2^r$.

(b) If p is a prime, prove that $\varphi(p^k) = p^k - p^{k-1}$. Also establish that $\varphi(n)$ is an even number for $n > 2$. 5+5=10

যদি p মৌলিক, প্ৰমাণ কৰা যে, $\varphi(p^k) = p^k - p^{k-1}$ আৰু, $n > 2$ ৰ বাবে উপস্থাপন কৰা যে, $\varphi(n)$ এটা যুগ্ম সংখ্যা।

(ii) If x be any real number. Then show that 1+3+3+3=10

যদি x এটা যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা হয়, তেতিয়াহলে দেখুওৱা যে,

(a) $[x] \leq x < [x] + 1$

(b) $[x+m]=[x]+m$, m is any integer

m যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা

(c) $[x]+[y]\le[x+y]$

(d) $\left[\frac{[x]}{m}\right]=\left[\frac{x}{m}\right]$, if m is a positive integer

যদি m এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা .

(iii) (a) Prove that every positive integers n (>1) can be expressed uniquely as a product of primes.

প্ৰমাণ কৰা যে, প্ৰতিটো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n (>1) ক একক ভাৱে মৌলিক সংখ্যা সমূহৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

(b) Determine all the solution of

$f(x)=x^2-7x+2\left(mod 5^3\right)$

$f(x)=x^2-7x+2\left(mod 5^3\right)$ ৰ আটাইবোৰ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা। 5+5=10

(iv) If a, b, c, d, n are integers and $n>0$, then establish the following

যদি a, b, c, d, n অখণ্ড সংখ্যা য'ত $n>0$, তেতিয়া প্ৰমাণ কৰা যে,

(a) if যদি $a\equiv b(mod\,n)$ then তেতিয়া $ac\equiv bc(mod\,n)$

(b) if যদি $a\equiv b(mod\,n)$ then তেতিয়া $ac\equiv bc(mod\,nc)$ for c>0

(c) if যদি $a\equiv b(mod\,n)$ and আৰু $c\equiv d(mod\,n)$ then তেতিয়া, $a\pm c\equiv b\pm d(mod\,n)$

(d) if যদি $a\equiv b(mod\,n)$ and আৰু $c\equiv d(mod\,n)$ then তেতিয়া, $ac\equiv bc(mod\,n)$

(v) (a) Show that if $a_1, a_2, \ldots, a_{\varphi(m)}$ is a RRS modulo m, where m is a positive integer with $m\neq 2$, then $a_1+a_2+\ldots+a_{\varphi(m)}\equiv 0\,(mod\,m)$.

দেখুওৱা যে, যদিহে $a_1, a_2, \ldots, a_{\varphi(m)}$ এটা RRS modulo m হয় য'ত m এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যাতে $m \neq 2$, তেতিয়াহলে, $a_1 + a_2 + \ldots + a_{\varphi(m)} \equiv 0 \ (mod\, m)$।

(b) If a, b and m are three integers such that $\gcd(a,m)=1$ and $ab \equiv 0 \ (mod\, m)$, then show that $b \equiv 0 \ (mod\, m)$. 5+5=10

যদি a, b আৰু m তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা য'ত $\gcd(a,m)=1$ আৰু $ab \equiv 0 \ (mod\, m)$, তেতিয়া, দেখুওৱা যে $b \equiv 0 \ (mod\, m)$.

(vi) State and prove Chinese remainder theorem. Also solve the system of congruence.

Chinese remainder উপপাদ্যটো লিখি প্ৰমাণ কৰা লগতে তলৰ congruence প্ৰণালীটোৰ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

$$x \equiv 1 \ (mod\, 2)$$
$$x \equiv 2 \ (mod\, 3)$$
$$x \equiv 3 \ (mod\, 5)$$

(vii) (a) If $a_1, a_2, \ldots, a_k$ is a reduced residue system modulo m, then $k = \varphi(m)$.

যদি $a_1, a_2, \ldots, a_k$ এটা reduced residue system modulo m হয়, তেতিয়া হলে দেখুওৱা যে, $k = \varphi(m)$.

(b) Find the remainder when 11^{35} is divided by 13. 5+5=10

11^{35} ক 13 ৰে হৰণ কৰিলে ভাগশেষ কিমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) (a) Prove that $\tau(n)$ is an odd integer iff n is a perfect square.

প্ৰমাণ কৰা যে, $\tau(n)$ এটা অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা যদি আৰু যদিহে n এটা সম্পূৰ্ণ বৰ্গ হয়।

(b) Prove that $\Pi_{d|n} d = n^{\frac{\tau(n)}{2}}$, for any positive integer n. 5+5=10

প্ৰমাণ কৰা যে, $\Pi_{d|n} d = n^{\frac{\tau(n)}{2}}$, যিকোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n ৰ বাবে।

(ix) (a) Prove that the quadratic congruence $x^2 + 1 \equiv 0 \ (mod\ p)$, where p is an odd prime, has a solution iff $p \equiv 1 (mod\, 4)$.

প্ৰমাণ কৰা যে, $x^2 + 1 \equiv 0 \ (mod\ p)$ য'ত p এটা অযুগ্ম মৌল, দ্বিঘাত congruence ৰ এটা সমাধান থাকিব যদি আৰু একমাত্ৰ যদিহে $p \equiv 1 (mod 4)$.

(b) If যদি $n > 1$ and আৰু gcd $(a, n) = 1$, then prove that তেতিয়াহলে প্ৰমাণ কৰা যে, $a^{\varphi(n)} \equiv 1 (mod\,n)$. 5+5=10

(x) (a) If $a, b \neq 0$ and c be any three integers and d=gcd (a, b). Then show that $ax + by = c$ has a solution iff $d | c$.

Furthermore, show that if x_0 and y_0 is a particular solution of $ax + by = c$, then any other solution of the equation is $x' = x_0 - \frac{b}{d}t$ and $y' = y_0 + \frac{a}{d}t$, t is an integer.

যদি $a, b \neq 0$ আৰু c যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু d=gcd (a, b) হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে, $ax + by = c$ সমীকৰণটোৰ সমাধান থাকিব যদি আৰু একমাত্ৰ যদিহে $d | c$, আকৌ দেখুওৱা যে, যদিহে x_0 আৰু y_0 $ax + by = c$ ৰ বিশেষ সমাধান তেতিয়াহলে সমীকৰণটোৰ আন সমাধান $x' = x_0 - \frac{b}{d}t$ আৰু $y' = y_0 + \frac{a}{d}t$ য'ত t এটা অখণ্ড সংখ্যা।

(b) Find the general solution of $10x - 8y = 42$. 7+3=10

$10x - 8y = 42$ ৰ সাধাৰণ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

OPTION–B

Paper : MAT–RE–5026

(Discrete Mathematics)

1. Give very short answer of the following : ***(any ten)*** 1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ চমুকৈ উত্তৰ দিয়া ঃ *(যিকোনো দহটা)*

(a) Is $(z^+, /)$ a lattice?

$(z^+, /)$ টো লেটিচ হয়নে?

(b) Write the commutative law of a lattice.

এটা লেটিচৰ ক্ৰম বিনিময় নিয়মটো লিখা।

(c) Define conjunctive normal form.

কনজাংটিভ নৰমেল কি লিখা।

(d) State the absorption law of Boolean algebra.

এটা বুলীয় বীজগণিতৰ এৱজৰৱচন নিয়মটো লিখা।

(e) Give an example of tautology.

এটা সত্যুক্তিৰ উদাহৰণ দিয়া।

(f) Define a complemented lattice.

এটা পূৰক লেটিচৰ উদাহৰণ দিয়া।

(g) Write the De Morgan's law.

ডি' মৰগেনৰ নিয়মটো লিখা।

(h) Define a sub-lattice.

এটা উপ-লেটিচৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(i) Write the simplified Boolean expression of $(x+y)(\bar{x}+z)(y+z)$.

$(x+y)(\bar{x}+z)(y+z)$ সৰলিকৃত বুলীয় ৰাশি হিচাপে লিখা।

(j) Write the binary operations defined for a lattice.

এটা লেটিচৰ দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়াবোৰ লিখা।

(k) Product of two lattices is a lattice. *(State true **or** false)*

দুটা লেটিচৰ গুণফল এটা লেটিচ হয়। *(উক্তিটো সত্য নে মিছা)*

(l) Define a totally ordered set.

এটা সম্পূৰ্ণ ক্ৰমিক সংহতিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(m) Write the boundedness law of Boolean algebra.

বুলীয় বীজগণিতৰ পৰিবদ্ধকাৰক সূত্ৰটো লিখা।

(n) Give an example of an ordered set.

এটা ক্রমিক সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া।

(o) Under what condition a poset is said to be a lattice?

কি চৰ্তত এটা আংশিক ক্ৰমিক সংহতি লেটিচ হ'ব?

(p) Define a bounded lattice.

এটা পৰিবদ্ধ লেটিচৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(q) When two ordered sets are said to be isomorphic?

দুটা ক্ৰমিক সংহতি কেতিয়া একৈকী সমকাৰক হ'ব?

(r) Write the conditions to be fulfilled by an ordered set.

এটা ক্ৰমিক সংহতিৰ চৰ্তসমূহ লিখা।

2. Give answer of the following: ***(any five)*** 2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ *(যিকোনো পাঁচটা)*

(a) Verify that: সত্যতা প্ৰমাণ কৰা।
$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \equiv p$

(b) Express $E(x,y,z) = x(y'z')'$ as complete sum of products form.

সম্পূৰ্ণ গুণৰ যোগফল হিচাপে দেখুওৱা।

(c) Prove that in a Boolean algebra B,

প্ৰমাণ কৰা যে এটা বুলীয় বীজগণিত B–এ

$(a')' = a, \ \forall a \in B$.

(d) Give an example of a distributive lattice.

এটা বিতৰণ লেটিচৰ উদাহৰণ দিয়া।

(e) Write the properties of a modular lattice.

মদুলাৰ লেটিচৰ বৈশিষ্ট্যবোৰ লিখা।

(f) Simplify: $xy'+xy+x'y$

সৰলকৰণ ঃ $xy'+xy+x'y$

(g) Give an example of a bounded lattice.

এটা পৰিবদ্ধ লেটিচৰ উদাহৰণ দিয়া।

(h) Express the following as sum of product form: $A+B\overline{C}$.

$A+B\overline{C}$ ক গুণৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

(i) Prove that the set of natural number form a poset under the relation '≤'.

প্ৰমাণ কৰা যে স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিটো '≤' সম্বন্ধৰ দ্বাৰা এটা আংশিক ক্ৰমিক সংহতি হয়।

(j) Define least and greatest element of an ordered set.

এটা ক্ৰমিক সংহতিৰ লঘিষ্ঠতম আৰু গৰিষ্ঠতম মৌলৰ সংজ্ঞা দিয়া।

3. Answer the following : ***(any four)*** 5×4=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ *(যিকোনো চাৰিটা)*

(a) Simplify the following Boolean expression :

তলৰ বুলীয় ৰাশিটো সৰল কৰা ঃ

$$z(y+z)(x+y+z)$$

(b) Prove that in a Boolean algebra, the elements 0 and 1 are unique.

প্ৰমাণ কৰা যে এটা বুলীয় বীজগণিতত 0 আৰু 1 মৌল দুটা একক।

(c) Show with an example that union of two sub-lattice may not be a lattice.

এটা উদাহৰণৰ সহায়ত দেখুওৱা যে দুটা উপ-লেটিচৰ সংযোগ এটা উপ-লেটিচ নহবও নাৰে।

(d) Find the greatest lower bound and least upper bound of the sets $\{3, 9, 12\}$ and $\{1, 2, 4, 5, 10\}$ if exist in the poset $(z^+, 11)$.

$(z^+, 11)$ আংশিক ক্ৰমিক সংহতিৰ অধিনৰ $\{3, 9, 12\}$ আৰু $\{1, 2, 4, 5, 10\}$ সংহতিৰ গৰিষ্ঠতম নিম্ন পৰিবদ্ধ আৰু লঘিষ্ঠ উচ্চ পৰিবদ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Prove that in a distributive lattice, if an element has a complement, then it is unique.

প্ৰমাণ কৰা যে যদি এটা বিতৰণ লেটিচৰ এটা মৌলৰ পূৰক থাকে তেন্তে সেইটো একক হয়।

(f) If L is a lattice and $a, b, c \in L$ then prove that

$$a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c).$$

যদি L এটা লেটিচ হয় আৰু $a, b, c \in L$, প্ৰমাণ কৰা যে

$$a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c).$$

(g) Express the Boolean function $f(x,y,z) = x + y'z$ as sum of minterms.

তলত উল্লেখ কৰা বুলীয় ফলনটোক মিনটাৰ্মৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা, $f(x,y,z) = x + y'z$.

(h) What is logic gate? Mention some important logic gate and explain *any one* with truth table.

ল'জিক গেটৰ সংজ্ঞা কি। *এটা* আৱশ্যকীয় ল'জিক গেটৰ নাম লিখা আৰু তাৰে *এটা* সত্যতামান তালিকাসহ ব্যাখ্যা কৰা।

4. Answer the following: ***(any four)*** 10×4=40

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ *(যিকোনো চাৰিটা)*

(a) Determine all the possible sub-lattices of D_{30}, where

$$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}.$$

D_{30} ৰ সকলো সম্ভাব্য উপ-লেটিচবোৰ উলিওৱা

$$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}.$$

(b) Prove that a non-empty finite poset has

প্ৰমাণ কৰা যে এটা ৰিক্ত সসীম আংশিক ক্ৰমিক সংহতিত

(i) at most one greatest element

অতি বেচি এটা গৰিষ্ঠ মৌল থাকে

(ii) at most one least element.

অতি বেচি এটা লঘিষ্ঠ মৌল থাকে।

(c) Show that in a complemented distributive lattice the following are equivalent:

দেখুওৱা যে এটা পূৰক বিতৰণ লেটিচৰ বাবে তলত দিয়া সমূহ সমতুল্য

(i) $a \le b$

(ii) $a \wedge b' = 0$

(iii) $a' \vee b = 1$

(iv) $b' \le a'$

(d) Represent the following in disjunctive normal form (dnf)

তলত দিয়াসমূহ ডিজাংকটিভ নৰমেল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা

(i) $(a+b)(a'+b')$

(ii) $(bc+ac')(ab'+c)$

(iii) $(a'b)(a+b)=b$

(e) Prove the following identities using Boolean algebra:

তলত দিয়াসমূহ বুলীয় বীজগণিতৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা ঃ

(i) $(a+b)(a'+c)=ac+ab$

(ii) $ab+abc+a'b+ab'c=b+ac$

(iii) $(a'+b)(a+b)=b$

Contd.

(f) What is a Karnaugh map? Use Karnaugh map to simplify the following:

কৰনফ্ মেপ কি? ইয়াৰ সহায়ত তলত দিয়াসমূহ সৰল কৰা ঃ

(i) $ABC' + ABC$

(ii) $A'B'C' + AB'C'$

(g) Let $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and consider the relation given by

যদি $A = \{1, 2, 3, 4\}$ আৰু সম্পৰ্ক দিয়া হৈছে

$R = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (3,4), (4,4)\}$

Show that R is partial ordering and draw its Hasse diagram.

প্ৰমাণ কৰা যে আংশিক ক্ৰমিক আৰু ইয়াৰ হেচ্ছ চিত্ৰ অংকন কৰা।

(h) Prove that in any lattice $(L, \wedge, \vee)$ the following are equivalent:

প্ৰমাণ কৰা যিকোনো লেটিচ $(L, \wedge, \vee)$ ৰ বাবে তলত দিয়াসমূহ সমতুল্য ঃ

(i) $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

(ii) $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$.

$a, b, c \in L$.

(i) Simplify the following Boolean expressions:

তলৰ বুলীয় ৰাশিসমূহ সৰল কৰা ঃ

(i) $z(y+z)(x+y+z)$

(ii) $xy + x'z + yz$

(iii) $x + y(x+y) + x(x'+y)$

(j) For a Boolean algebra B, prove the following:

বুলীয় বীজগণিত B ৰ কাৰণে তলত দিয়াসমূহ প্ৰমাণ কৰা ঃ

(i) $(a+b)' = a'.b'$

(ii) $(a.b)' = a' + b'$