Total number of printed pages–11

1 (Sem–1/FYUGP) MAT41MN/(A)

2025

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MAT4100104 MN

(SET–A)

(Classical Algebra)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese.*

1. Answer the following questions : $1\times8=8$

নিম্নোক্ত প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Write the argument of the complex number $(-1-i)$.

$(-1-i)$ জটিল সংখ্যাটোৰ কোণাংকটো লিখা।

B15F0 0092 *Contd.*

(b) For $n \in \mathbb{Z}$, $(sin\theta + i\,cos\theta)^n = ?$

$n \in \mathbb{Z}$-ৰ বাবে $(sin\theta + i\,cos\theta)^n = ?$

(c) Mention the general value of $log(1-i)$.

$log(1-i)$-ৰ সাধাৰণ মানটো উল্লেখ কৰা।

(d) State Descarte's Rule of signs for negative roots of an equation.

এটা সমীকৰণৰ ঋণাত্মক মূলৰ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত ডেকাৰ্টৰ চিহ্নৰ নিয়মটোৰ উক্তিটো লিখা।

(e) Is $x^6 - 10x^5 + 25x^4 - 25x^2 + 10x - 1 = 0$ a reciprocal equation?

$x^6 - 10x^5 + 25x^4 - 25x^2 + 10x - 1 = 0$ সমীকৰণটো পাৰস্পৰিক হয়নে?

(f) If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + q = 0$, then $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 =$ ________.

(Fill up the blank)

যদি $x^3 + px^2 + q = 0$ সমীকৰণৰ মূলকেইটা α, β, γ হয়, তেন্তে $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 =$ ________।

(খালী স্থানখিনি পূৰ কৰা)

(g) Give examples of two non-zero matrices A and B such that AB is a zero matrix.

দুটা অশূন্য মৌলকক্ষ A আৰু B উদাহৰণ দিয়া যাতে AB এটা শূন্য মৌলকক্ষ হয়।

(h) What is the rank of a matrix in Echelon form?

Echelon-আকাৰত থকা মৌলকক্ষ এটাৰ কোটি কি হ'ব?

2. Answer ***any six*** questions from the following: 2×6=12

নিম্নোক্ত প্ৰশ্নসমূহৰ পৰা ***যিকোনো ছটাৰ*** উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Express $1 + cos\alpha + i\,sin\alpha$ in polar form.

$1 + cos\alpha + i\,sin\alpha$-ক ধ্ৰুৱীয় আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(b) Solve the equation $x^4 + i = 0$.

$x^4 + i = 0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

(c) Separate $e^{a+i\pi/2}$ into real and imaginary parts.

$e^{a+i\pi/2}$ জটিল সংখ্যাটোক বাস্তৱ আৰু কাল্পনিক অংশলৈ পৃথক কৰা।

(d) If the sum of two roots of the equation $x^3+6x^2-3x+18=0$ is zero, then solve it.

যদি $x^3+6x^2-3x+18=0$ সমীকৰণৰ দুটা মূলৰ সমষ্টি শূন্য হয় তেন্তে তাক সমাধান কৰা।

(e) Prove that :

প্ৰমাণ কৰা যে ঃ

$$i^i = e^{-(4n+1)\pi/2}, n \in \mathbb{Z}$$

(f) Using Descartes' rule of signs discuss briefly the nature of the roots of the equation $x^6+x^4+x^2+x+3=0$.

ডেকাৰ্টৰ চিহ্নৰ নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি চমুকৈ $x^6+x^4+x^2+x+3=0$ সমীকৰণটোৰ মূলসমূহৰ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা।

(g) If $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ and α_4 are the roots of the equation $x^4+p_2x^2+p_3x+p_4=0$, then show that $\Sigma\alpha^6 = 6p_2p_4+3p_3^2-2p_2^3$.

যদি $x^4+p_2x^2+p_3x+p_4=0$ সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ আৰু α_4 হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে ঃ $\Sigma\alpha^6 = 6p_2p_4+3p_3^2-2p_2^3$.

(h) Express a square matrix A as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrix.

এটা বৰ্গাকৃতিৰ মৌলকক্ষ A-ক এটা প্ৰতিসম আৰু এটা তীৰ্যক প্ৰতিসম মৌলকক্ষৰ সমষ্টি হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

(i) If A is a non-singular matrix, then show that $|A^{-1}| = (|A|)^{-1}$.

যদি A এটা অনাএকবচনীয় মৌলকক্ষ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $|A^{-1}| = (|A|)^{-1}$.

(j) Establish that the rank of a matrix whose every element is equal to unity is 1.

এটা মৌলকক্ষৰ প্ৰতিটো উপাদান 1-ৰ সমান হ'লে তাৰ কোটি 1 হ'ব বুলি প্ৰতিষ্ঠা কৰা।

3. Answer ***any four*** : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) If z_1 and z_2 are two complex numbers, then prove that $|z_1+z_2| \le |z_1|+|z_2|$.

যদি z_1 আৰু z_2 দুটা জটিল সংখ্যা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $|z_1+z_2| \le |z_1|+|z_2|$.

(b) For two complex numbers z and z' show that $E(z) \cdot E(z') = E(z+z')$.

দুটা জটিল সংখ্যা z আৰু z'-ৰ বাবে দেখুউৱা যে $E(z) \cdot E(z') = E(z+z')$.

(c) If z is a non-zero complex number and m is a positive integer, then prove that

$Log\, z^m \neq m\, Log z$.

যদি z এটা অশূন্য জটিল সংখ্যা আৰু m এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$Log\, z^m \neq m\, Log z$.

(d) Expand $sin^4 \theta cos^2 \theta$ in a series of cosines of multiples of θ.

$sin^4 \theta cos^2 \theta$-ক θ-ৰ গুণিতকৰ কোচাইনৰ শ্ৰেণীত বিস্তাৰ কৰা।

(e) If $f(x)$ is a polynomial with real coefficients and $f(x)=0$ has n real roots, then prove that $f'(x)=0$ has at least $(n-1)$ real roots.

যদি $f(x)$ এটা বাস্তৱ সহগবিশিষ্ট বহুপদ ফলন হয় আৰু $f(x)=0$-ৰ n-টা বাস্তৱ মূল থাকে, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $f'(x)=0$ সমীকৰণৰ অতি কমপক্ষেও $(n-1)$টা বাস্তৱ মূল থাকিব।

(f) Solve $x^3-12x+8=0$ by Cardano's method.

$x^3-12x+8=0$ সমীকৰণটোক কাৰ্ডানৰ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা।

(g) If A is a n-rowed non-singular matrix, then show that $adj(adj\, A) = |A|^{n-2} \cdot A$.

যদি A এটা অনাএকবচনীয় n-শাৰীযুক্ত মৌলকক্ষ হয় তেন্তে দেখুউৱা যে $adj(adj\, A) = |A|^{n-2} \cdot A$.

(h) Determine the rank of the matrix A where :

A মৌলকক্ষটোৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা য'ত ঃ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 7 & 5 \\ 2 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix}$$

4. Answer *(a)* **or** *(b)* and **any one** of *(c)*, *(d)* and *(e)* :

(a) অথবা *(b)* আৰু *(c)*, *(d)* আৰু *(e)*-ৰ ***যিকোনো এটাৰ*** উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) *(i)* If $x = \cos\theta + i\sin\theta$ and $\sqrt{1-c^2} = nc-1$ then show that

$$1 + c\cos\theta = \frac{c}{2n}(1+nx)\left(1+\frac{n}{x}\right).$$ 4

যদি $x = \cos\theta + i\sin\theta$ আৰু $\sqrt{1-c^2} = nc-1$ তেন্তে দেখুওৱা যে

$$1 + c\cos\theta = \frac{c}{2n}(1+nx)\left(1+\frac{n}{x}\right).$$

(ii) Solve the biquadratic equation $x^4 - 8x^2 - 4x + 3 = 0$ by Euler's method. 6

অয়লাৰৰ পদ্ধতিৰে $x^4 - 8x^2 - 4x + 3 = 0$ চতুৰ্ঘাতীয় সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

(b) *(i)* For any two complex numbers u and v, prove that :

$$\sinh(u+v) = \sinh u \cosh v + \cosh u . \sinh v .$$ 4

যিকোনো দুটা জটিল সংখ্যা u আৰু v-ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে ঃ

$$\sinh(u+v) = \sinh u \cosh v + \cosh u . \sinh v .$$

(ii) If the equation $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ has two equal roots, then show that each of them is equal to $\dfrac{bc-ad}{2(ac-b^2)}$. 6

যদি $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ সমীকৰণটোৰ দুটা সমান মূল থাকে, তেন্তে দেখুৱা যে সমান মূল দুটাৰ প্ৰত্যেকৰে মান

$$\frac{bc-ad}{2(ac-b^2)}.$$

(c) *(i)* Find the inverse of A where :

A মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিলোম উলিওৱা য'ত ঃ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$ 5

(ii) If A and B are non-singular square matrices of the same order, then prove that AB is invertible and $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. 5

যদি A আৰু B দুটা অনাএকবচনীয় একে ক্ৰমৰ বৰ্গাকৃতিৰ মৌলকক্ষ হয় তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে AB-প্ৰতিলোমনীয় হয় আৰু

$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

(d) (i) Reduce the following matrix to echelon form and hence find its rank : 5

নিম্নোক্ত মৌলকক্ষটোক একেলন আকাৰলৈ লঘুকৃত কৰা আৰু তাৰপৰা ইয়াৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা ঃ

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

(ii) If A is an invertible matrix, then show that A^T is also invertible and $(AT)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T$. 2+3=5

যদি A এটা প্ৰতিলোমনীয় মৌলকক্ষ হয় তেন্তে দেখুউৱা যে A^T-ও প্ৰতিলোমনীয় হয় আৰু $(AT)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T$.

(e) (i) Find the general solution of the following linear homogeneous system : 5

নিম্নোক্ত একক সমঘাতীয় সমীকৰণ প্ৰণালীটো সাধাৰণ সমাধান উলিউৱা ঃ

$$\begin{aligned} x - 2y + z - w &= 0 \\ x + y - 2z + 3w &= 0 \\ 4x + y - 5z + 8w &= 0 \\ 5x - 7y + 2z - w &= 0 \end{aligned}$$

(ii) Show that the only real value of λ for which the following system of equations has non-zero solutions is 6 : 5

দেখুউৱা যে নিম্নোক্ত সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ অশূন্য সমধান থাকিবলৈ হ'লে λ-ৰ একমাত্ৰ বাস্তৱ মানটো হ'ব 6 :

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= \lambda x \\ 3x + y + 2z &= \lambda y \\ 2x + 3y + z &= \lambda z \end{aligned}$$

2025

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MAT4100104MN

(Classical Algebra)

(Set–B)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Answer the following questions : 1×8=8

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) If

$$z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$$

$$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$$

then write the values of $\arg z_1 z_2$ and $\arg \dfrac{z_1}{z_2}$.

যদি

$$z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$$
$$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$$

তেন্তে $\arg z_1 z_2$ আৰু $\arg \frac{z_1}{z_2}$ৰ মান কি হ'ব, লিখা।

(b) What is the polar form of the complex number $(i^3)^{15}$?

জটিল সংখ্যা $(i^3)^{15}$ৰ ধ্ৰুৱীয় ৰূপটো কি হ'ব?

(c) What is meant by the symmetric functions of roots of an equation?

সমীকৰণ এটাৰ মূলৰ প্ৰতিসম ফলন বুলিলে কি বুজা?

(d) If α, β are the roots of $x^2 + px + q = 0$, then what is the value of $\alpha\beta$?

যদি α, β, সমীকৰণ $x^2 + px + q = 0$ৰ মূল হয়, তেন্তে $\alpha\beta$ৰ মান কি হ'ব?

(e) If

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \text{ and } \bar{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

then compute $(A\bar{x})^T$.

যদি

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \text{ আৰু } \bar{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ হয়}$$

তেন্তে $(A\bar{x})^T$ গণনা কৰা।

(f) Find the polar representation of $z = 2i$.

$z = 2i$ৰ মেৰু উপস্থাপন কৰা।

(g) Is $\log(-i)^{1/m} = (1/m)\log(-i)$ true for any positive integer m?

যি কোনো ধনাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা mৰ বাবে $\log(-i)^{1/m} = (1/m)\log(-i)$ সত্য হয়নে?

(h) In Cardon's formula, what substitution is commonly used to eliminate the quadratic term?

কাৰ্ডনৰ সূত্ৰত দ্বিঘাত পদটো আঁতৰাবলৈ সাধাৰণতে কি প্ৰতিস্থাপন ব্যৱহাৰ কৰা হয়?

2. Answer the following questions (any *six*) : $2\times6=12$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো ছয়টা) :

(a) Find the principal value of argument of $-2-2i$.

$-2-2i$ৰ আৰগুমেন্টৰ প্ৰধান মান উলিওৱা।

(b) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\left(\frac{\cos\theta + i\sin\theta}{\sin\theta + i\cos\theta}\right)^4 = \cos 8\theta + i\sin 8\theta$$

(c) Find the cube root of 1.

1ৰ ঘনমূল উলিওৱা।

(d) Split up $e^{(6+5i)^2}$ into real and imaginary parts.

$e^{(6+5i)^2}$ক বাস্তৱ আৰু কাল্পনিক অংশত বিভক্ত কৰা।

(e) Show that $\tanh z$ is a periodic function of period πi.

দেখুওৱা যে $\tanh z$ হৈছে πi সময়কালৰ এটা সময়কালীন ফলন।

(f) For the polynomial $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$, find the sum of roots.

বহুপদ $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ৰ বাবে মূলৰ যোগফল উলিওৱা।

(g) State any two methods for finding the rank of a matrix.

মৌলকক্ষ এটাৰ ৰেংক (rank) উলিওৱাৰ যি কোনো দুটা পদ্ধতি উল্লেখ কৰা।

(h) Find the roots of the equation $2x^3 - x^2 - 32x + 16 = 0$, if two of them are equal in magnitude but opposite in sign.

যদি $2x^3 - x^2 - 32x + 16 = 0$ৰ দুটা মূলৰ মান সমান কিন্তু চিহ্নত বিপৰীত, তেন্তে সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ উলিওৱা।

(i) Find the minor and cofactor of 2 and 7 for the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

তলত দিয়া মেট্ৰিক্স

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}ৰ$$

বাবে 2 আৰু 7 ৰ গৌণ আৰু সহকাৰক নিৰ্ণয় কৰা।

(j) Find the trace of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

মেট্ৰিক্স

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}\text{ৰ}$$

ট্ৰেচ উলিওৱা।

3. Answer the following questions (any *four*) : 5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

(a) Find the polar representation of the complex number $z = 1 - \cos\alpha + i\sin\alpha$, $\alpha \in [0, 2\pi)$.

জটিল সংখ্যা $z = 1 - \cos\alpha + i\sin\alpha$, $\alpha \in [0, 2\pi)$ৰ মেৰু উপস্থাপন উলিওৱা।

(b) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\left(\frac{1 + \sin\theta + i\cos\theta}{1 + \sin\theta - i\cos\theta}\right)^n = \cos\left(\frac{n\pi}{2} - n\theta\right) + i\sin\left(\frac{n\pi}{2} - n\theta\right)$$

(c) Express $\log[\log(\cos\theta + i\sin\theta)]$ in the form $A + iB$.

$\log[\log(\cos\theta + i\sin\theta)]$ক $A + iB$ৰ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(d) If α, β, γ are the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, then find the value of $\sum\left(\frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}\right)$.

$x^3 + px^2 + qx + r = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল α, β, γ হ'লে $\sum\left(\frac{\beta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\beta}\right)$ৰ মান উলিওৱা।

(e) Transform the equation

$$2x^3 - 9x^2 + 13x - 6 = 0$$

into one in which second term is missing and hence solve the equation.

$2x^3 - 9x^2 + 13x - 6 = 0$ সমীকৰণটোক দ্বিতীয় পদটো নোহোৱা হোৱা সমীকৰণটো ৰূপান্তৰিত কৰা আৰু সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

(f) Derive the relations between the roots and coefficients of a cubic equation and explain how they are used to solve problems.

ঘন সমীকৰণৰ মূলসমূহ আৰু সহগসমূহৰ মাজৰ সম্পৰ্ক উদ্ভাৱন কৰা আৰু এই সম্পৰ্কসমূহ কিদৰে সমস্যা সামাধানত ব্যৱহাৰ হয়, ব্যাখ্যা কৰা।

(g) Find $f(A)$, if $f(x) = x^2 - 5x - 14$ and $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$.

$f(A)$ উলিওৱা যদি $f(x) = x^2 - 5x - 14$ আৰু $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$.

(h) Find the rank of the following matrix :

তলৰ মেট্ৰিক্সটোৰ ৰেংক (rank) উলিওৱা :

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 8 & 5 & 2 \\ 12 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

4. Answer the following questions (any *two*) : 10×2=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো দুটা) :

(a) (i) State and prove De Moivre's theorem for integral powers. 1+4=5

পূৰ্ণাংক ঘাতৰ বাবে ডি ম'ইভাৰৰ উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(ii) Apply De Moivre's theorem to find an equation whose roots are the nth powers of the roots of the equation $x^2 - 2x\cos\theta + 1 = 0$. 5

ডি ম'ইভাৰৰ উপপাদ্য প্ৰয়োগ কৰি এনে এটা সমীকৰণ উলিওৱা যাৰ মূলবোৰ হৈছে $x^2 - 2x\cos\theta + 1 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূলৰ nতম ঘাত।

(b) State Cardon's method for solving a cubic equation. Use Cardon's method to solve $x^3 - 6x^2 - 6x - 7 = 0$.

ঘন সমীকৰণ সমাধান কৰিব পৰা কাৰ্ডনৰ নিয়ম বৰ্ণনা কৰা। কাৰ্ডনৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x^3 - 6x^2 - 6x - 7 = 0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

(c) Find the equation whose roots are the roots of the equation $x^4 - 8x^2 + 8x + 6 = 0$, each diminished by 2. Use Descartes' rule of signs to both equations to find the possible number of real and complex roots.

সেই সমীকৰণটো উলিওৱা যাৰ মূলবোৰ সমীকৰণ $x^4 - 8x^2 + 8x + 6 = 0$ৰ মূল, প্ৰত্যেকটো 2ৰে হ্ৰাস কৰা। বাস্তৱ আৰু জটিল মূলৰ সম্ভাব্য সংখ্যা বিচাৰি উলিয়াবলৈ দুয়োটা সমীকৰণলৈ ডেকাৰ্টৰ চিহ্নৰ নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰা।

(d) (i) Reduce the following matrix to row echelon form, determine its rank and identify the basic columns : 5

নিম্নলিখিত মৌলকক্ষটোক শাৰী ইচেলন আকৃতিলৈ হ্ৰাস কৰা, ইয়াৰ ৰেংক (rank) নিৰ্ধাৰণ কৰা আৰু মূল স্তম্ভসমূহ চিনাক্ত কৰা :

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 14 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(ii) Find the inverse of the following matrix : 5

তলৰ মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিলোম উলিওৱা :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(e) Are all homogeneous systems of linear equations consistent? When does a homogeneous system of linear equations possess a unique solution? Explain. Further, show that the following homogeneous system has infinitely many solutions, and obtain its general solution :

ৰৈখিক সমীকৰণৰ সকলো সমজাতীয় প্ৰণালী সামঞ্জস্যপূৰ্ণ নেকি? ৰৈখিক সমীকৰণৰ এটা সমজাতীয় প্ৰণালী কেতিয়া একক সমাধানৰ অধিকাৰী হয়? ব্যাখ্যা কৰা। ইয়াৰ উপৰিও দেখুওৱা যে তলত দিয়া সমজাতীয় প্ৰণালীটোৰ অসীমভাৱে বহুত সমাধান আছে, আৰু ইয়াৰ সাধাৰণ সমাধান আহৰণ কৰা :

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 &= 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 6x_3 &= 0 \end{aligned}$$

★★★