

Total number of printed pages-8

1 (Sem-4) STA 1

2025

STATISTICS

(Minor)

Paper : STA0400104

**(Probability-2 and
Probability Distribution-2)**

Full Marks : 45

Time : Two hours

***The figures in the margin indicate
full marks for the questions.***

Answer **either** in English **or** in Assamese.

1. Answer the following as directed : $1 \times 5 = 5$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ নিৰ্দেশানুসাৰে উত্তৰ লিখা :

(a) Define moment generating function (mgf).

ঘূৰ্ণক উৎপাদক ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (b) Like Poisson distribution, Gamma distribution has also equal mean and variance. (State True or False)

পয়চ বন্টনৰ দৰে গামা বন্টনৰো গড় আৰু প্ৰসৰণ একে।
(সত্য/অসত্য লিখা)

- (c) Under what conditions, Negative Binomial distribution tends to Geometric distribution.

কি চৰ্তত ঋণাত্মক দ্বিপদ বন্টন, গুণোত্তৰ বন্টনলৈ পৰিৱৰ্তিত হ'ব ?

- (d) Define conditional variance.

চৰ্তসাপেক্ষ প্ৰসৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (e) What are the parameters of hypergeometric distribution ?

উপগুণোত্তৰ বন্টনৰ প্ৰাচলকেইটা কি কি ?

2. Answer the questions briefly : (any five)
2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ চমুকৈ উত্তৰ লিখা : (যিকোনো পাঁচটা)

- (a) Define Negative Binomial distribution. Give an example in which it occurs.

ঋণাত্মক দ্বিপদ বন্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। এই বন্টনটো ক'ত সংঘটিত হয় এটা উদাহৰণ দিয়া।

- (b) State the weak law of large numbers. বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতিটো উল্লেখ কৰা।

- (c) Define joint probability mass function. মিলিত সম্ভাৱিতা ভৰ ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (d) X is a random variable with kdf

$$f(x) = e^{-x}, x \geq 0$$

Find $P(X \leq a)$

X এটা যাদৃচ্ছিক চলক। ইয়াৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনটো হৈছে

$$f(x) = e^{-x}, x \geq 0$$

তেন্তে $P(X \leq a)$ নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) Define Multinomial distribution. বহুপদ বন্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (f) With usual notation, prove that

$$M_{cx}(t) = M_x(ct), c \text{ is a constant}$$

সচৰাচৰ ব্যৱহৃত চিহ্নেৰে প্ৰমাণ কৰা যে—

$$M_{cx}(t) = M_x(ct), c \text{ এটা ধ্ৰুৱক।}$$

- (g) What do you mean by independence of variables ?

চলকৰ স্বতন্ত্ৰতা বুলিলে কি বুজা ?

(h) State the Chebychev's lemma.

চেবাইচেভৰ প্ৰমাণিকাটো উল্লেখ কৰা।

(i) What do you mean by bivariate transformation ?

দ্বিচলকীয় ৰূপান্তৰ বুলিলে কি বুজা ?

(j) State the De-Moivre's central limit theorem.

দ্বি-মুহূৰ্ত্তৰ কেন্দ্ৰীয় সীমা উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা।

3. Answer the following questions : **(any four)**
5×4=20

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা : (যিকোনো চাৰিটা)

(a) Show that the mean and variance of the Geometric distribution

$$p(x) = q^x p; \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

are respectively $\frac{q}{p}$ and $\frac{q}{p^2}$

দেখুওৱা যে গুণোত্তৰ বন্টন $p(x) = q^x p$;

$x = 0, 1, 2, \dots$ -ৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণৰ মান ক্ৰমে $\frac{q}{p}$

আৰু $\frac{q}{p^2}$.

(b) State and prove Chebychiew's inequality.

চেবাইচেভৰ অসমতা উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(c) Define Exponential distribution. Find its mean and variance.

চৰ ঘাতাংকীয় বন্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(d) With usual notation, prove that

সচৰাচৰ ব্যৱহৃত চিহ্নেৰে প্ৰমাণ কৰা যে—

$$E\{E(X|Y)\} = E(X)$$

(e) State and prove the additive property of Gamma distribution.

গামা বন্টনৰ যোগাত্মক ধৰ্মটো লিখা আৰু ইয়াক প্ৰমাণ কৰা।

(f) Examine whether the weak law of large numbers holds for the sequence $\{X_k\}$ of independent random variables defined as follows :

তলত দিয়া $\{X_k\}$ অনুক্ৰমটোৱে বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতিটো গ্ৰহণ কৰে নে ?

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}$$

$$P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$$

- (g) Prove that the moment generating function (mgf) of the sum of n independent random variables is equal to the product of their respective mgfs. প্রমাণ কৰা যে n টা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ যোগফলৰ ঘূৰ্ণক উৎপাদক ফলন (mgf) হৈছে এটা এই n টা চলকৰ ব্যক্তিগত ঘূৰ্ণক উৎপাদক ফলনৰ (mgf) পূৰণফলৰ সমান হ'ব।

- (h) A two-dimensional random variable (X, Y) have a joint probability mass

$$\text{function } P(x, y) = \frac{1}{27}(2x + y)$$

Where x and y can assume only the integer values 0, 1 and 2. Find the marginal distributions of X and Y .

দ্বিঘাতীয় যাদৃচ্ছিক চলক (X, Y) -ৰ যৌথ ঘণত্ব ফলনটো

$$\text{দিয়া আছে } P(x, y) = \frac{1}{27}(2x + y)$$

য'ত x আৰু y -য়ে কেৱল 0, 1 আৰু 2 এই সংখ্যাৰে গ্ৰহণ কৰিব পাৰে। তেন্তে X আৰু Y -ৰ প্ৰান্তীয় বণ্টন উলিওৱা।

4. Answer the following question : **(any one)**
10×1=10

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যিকোনো এটাৰ উত্তৰ লিখা :

- (a) (i) Find the cumulative distribution function of the exponential distribution with parameter θ .

চৰ ঘাতাংকীয় বণ্টনৰ (প্ৰাচল θ সহ) সমষ্টি বণ্টন উলিওৱা।

5

- (ii) Write a brief note on Central limit theorem.

5

কেন্দ্ৰীয় সীমা উপপাদ্য সম্বন্ধে এটা চমু টোকা লিখা।

- (b) The joint probability distribution of two random variables X and Y is given by

$$P(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{3}$$

$$P(X = 1, Y = -1) = \frac{1}{3}$$

$$\text{and } P(X = 1, Y = 1) = \frac{1}{3}$$

Find

- (i) Marginal distribution of X and Y

- (ii) Conditional distributions of X given $Y=1$ and Y given $X=1$. 6+4=10

দুটা যাদৃচ্ছিক চলক X আৰু Y -ৰ মিলিত সম্ভাৱিতা ফলন তলত দিয়া আছে —

$$P(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{3}$$

$$P(X = 1, Y = -1) = \frac{1}{3}$$

$$\text{আৰু } P(X = 1, Y = 1) = \frac{1}{3}$$

(i) X আৰু Y -ৰ প্ৰান্তীয় বন্টন উলিওৱা।

(ii) X -ৰ চৰ্তসাপেক্ষ বন্টন উলিওৱা য'ত দিয়া আছে $Y=1$ আৰু Y -ৰ চৰ্তসাপেক্ষ বন্টন উলিওৱা য'ত দিয়া আছে $X=1$ ।

(c) Show that Gamma distribution tends to normal distribution for large values of the parameter m .

দেখুওৱা যে প্ৰাচল m -ৰ বৃহৎ মানৰ বাবে গামা বন্টনটো প্ৰসামান্য বন্টনৰ অনুগামী।

(d) Define Beta distribution of 1st kind. Find the mean and variance of Beta distribution of 1st kind and Beta distribution of 2nd kind.

প্ৰথম প্ৰকাৰ বিটা বন্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰথম প্ৰকাৰ বিটা বন্টন আৰু দ্বিতীয় প্ৰকাৰ বিটা বন্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণৰ মান উলিওৱা।