CODE : 35T MATH
(EN/AS/BN/BD)

GOALPARA COLLEGE LIBRARY
ESTD. 1955
Date.........

2025

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Q. No. ***1*** *(a–l) carries* ***1*** *mark each (any ten)* .... 1×10 = 10

Q. Nos. ***2–13*** *carry* ***4*** *marks each*........................... 4×12 = 48

Q. Nos. ***14–20*** *carry* ***6*** *marks each*.......................... 6×7 = 42

Total = 100

1. Answer the following questions : ***(any ten)*** $1\times10=10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ *(যিকোনো দহটা)*

নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও ঃ *(যে-কোনো দশটি)*

गाहायनि सोंनायफोरनि फिननाय हो : ***(जायखिजाया मोनजि)***

(a) Find the number of all one-one functions from set $A=\{1, 2, 3\}$ to $B=\{a, b, c\}$.

সংহতি $A=\{1, 2, 3\}$ ৰ পৰা $B=\{a, b, c\}$ লৈ মুঠ কিমানটা একৈকী ফলন আছে?

সংহতি $A=\{1, 2, 3\}$-এর মধ্যে $B=\{a, b, c\}$-তে মোট কতগুলি একৈকী অপেক্ষক আছে।

थुबुर $A=\{1, 2, 3\}$ निफ्राय $B=\{a, b, c\}$ सिम गासै बेसेबां गुदिफा मावथुन दं ?

(b) Find the principal value of $cot^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$.

$cot^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ ৰ মুখ্য মান নিৰ্ণয় কৰা।

$cot^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$-এর মুখ্য মান নির্ণয় করো।

$cot^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ नि गाहाइ मान दिहुन।

(c) Let A, B and C are matrices of order $2\times n$, 3×2 and $2\times k$ respectively. Then $AB+CB$ will be defined for what values of n and k?

ধৰাহ'ল A, B আৰু C যথাক্ৰমে $2\times n$, 3×2 আৰু $2\times k$ ঘাতৰ মৌলকক্ষ। তেন্তে $AB+CB$ মৌলকক্ষটো n আৰু kৰ কি মানৰ কাৰণে সংজ্ঞাবদ্ধ হ'ব?

ধরা হল A, B এবং C যথাক্রমে $2\times n$, 3×2 এবং $2\times k$ ঘাতের মৌলকক্ষ। তাহলে $AB+CB$ মৌলকক্ষটি n এবং k-এর কোন্ মানের জন্য সংজ্ঞাবদ্ধ হবে ?

हमबाय A, B आरो C फारियै $2\times n$, 3×2 आरो $2\times k$ फारिनि थोंसाजाय। अब्ला $AB+CB$ थोंसाजाया n आरो k नि मा माननि थाखाय बुंफोरथियारि जागोन ?

(d) State True **or** False :

Let R be the relation in the set $\{1, 2, 3, 4\}$, given by

$R=\{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3)\}$.

Then R is reflexive but not symmetric.

শুদ্ধ *নে* অশুদ্ধ লিখা ঃ

$\{1, 2, 3, 4\}$ সংহতিত সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ R এনেদৰে দিয়া আছে,

$R=\{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3)\}$।

তেন্তে R প্ৰতিফলনীয়, কিন্তু প্ৰতিসম নহয়।

শুদ্ধ *না* অশুদ্ধ লেখো ঃ

$\{1, 2, 3, 4\}$ সংহতিতে সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ R এমনভাবে দেওয়া আছে যে —

$R=\{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3)\}$।

তাহলে R প্রতিফলনীয়, কিন্তু প্রতিসম নয়।

थार एबा नंखाय लिर :

$\{1, 2, 3, 4\}$ थुबुरआव बुंफोरथियारि सोमोन्दो R एरैबादि होनाय दं,

$R = \{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3)\}$

अब्ला R आ रिफिखां, नाथाय फारिग्रोब नङा।

(e) Differentiate e^{x^2+1} with respect to x.

e^{x^2+1} ৰ x সাপেক্ষে অৱকলজ উলিওৱা।

e^{x^2+1}-এর x সাপেক্ষে অবকলজ নির্ণয় করো।

e^{x^2+1} नि x लोब्बायाव सानखि दिहुन।

(f) $\int e^x\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx = ?$

(g) Determine the order of the differential equation

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3x\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x.$$

$\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3x\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x$ অৱকল সমীকৰণৰ ক্ৰম নিৰ্ণয় কৰা।

$\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3x\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x$ অবকল সমীকরণের ক্রম নির্ণয় করো।

$\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 3x\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x$ सानखि समानथाइनि फारि दिहुन।

(h) For what values of θ, $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$, where θ be the angle between the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$?

θ ৰ কি মানৰ কাৰণে $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$ হয়, য'ত θ হৈছে ভেক্টৰ $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$ ৰ মাজৰ কোণ ?

θ-এর কোন্ মানের জন্য $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$ হয়, যেখানে θ হল ভেক্টর $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$-এর মধ্যবর্তী কোণ ?

θ नि मा माननि थाखायनो $|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$ जायो, जेराव θ आ जादों भेक्टर $\vec{a}$ आरो $\vec{b}$ नि गेजेरनि खना ?

(i) A homogeneous differential equation of the form $\frac{dx}{dy} = h\left(\frac{x}{y}\right)$ can be solved by making the substitution—

(A) $y = vx$

(B) $v = yx$

(C) $x = vy$

(D) $x = v$

$\frac{dx}{dy} = h\left(\frac{x}{y}\right)$ আকাৰৰ সমমাত্ৰিক অৱকল সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে প্ৰতিষ্ঠাপন সূত্ৰটো হ'ল—

(A) $y = vx$

(B) $v = yx$

(C) $x = vy$

(D) $x = v$

$\frac{dx}{dy} = h\left(\frac{x}{y}\right)$ আকারের সমমাত্রিক অবকল সমীকরণ সমাধানের জন্য প্রতিস্থাপন সূত্রটি হল—

(A) $y = vx$

(B) $v = yx$

(C) $x = vy$

(D) $x = v$

$\frac{dx}{dy} = h\left(\frac{x}{y}\right)$ महरनि फोलेरलि सानख्रि समानथाइ। मावफुंथाइनि थाखाय फज'स्लायनाय मावसुलुआ जाबाय —

(A) $y = vx$

(B) $v = yx$

(C) $x = vy$

(D) $x = v$

(j) Find the determinant of the matrix $A = [-3]_{1\times1}$.

$A = [-3]_{1\times1}$ মৌলকক্ষৰ নিৰ্ণায়ক উলিওৱা।

$A = [-3]_{1\times1}$ মৌলকক্ষের নির্ণায়ক বের করো।

$A = [-3]_{1\times1}$ थोंसाजायनि दिहुनलि दिहुन।

(k) State True **or** False :

$\sin x + 100$ is an antiderivative of $\cos x$.

শুদ্ধ ***নে*** অশুদ্ধ লিখা ঃ

$\sin x + 100$ টো $\cos x$ ৰ এটা প্ৰতি-অৱকলজ।

শুদ্ধ ***না*** অশুদ্ধ লেখো ঃ

$\sin x + 100$ হল $\cos x$ -এর একটি অ্যান্টি-ডেরিভেটিভ।

थार ***एबा*** नंखाय लिर :

$\sin x + 100$ आ $\cos x$ नि मोनसे सोलायख्रि उल्था।

(l) Find the direction ratios of the line segment joining the points $(-2, 4, -5)$ and $(1, 2, 3)$.

$(-2, 4, -5)$ আৰু $(1, 2, 3)$ বিন্দু সংযোগী ৰেখাডালৰ দিশানুপাত উলিওৱা।

$(-2, 4, -5)$ এবং $(1, 2, 3)$ বিন্দু-সংযোগকারী রেখাটির দিশানুপাত নির্ণয় করো।

$(-2, 4, -5)$ आरो $(1, 2, 3)$ बिन्दो फोनांजाबनाय हांखोनि रुजुजखा थिंजाय दिहुन।

2. Find the simplest form of the function

$$tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right),\ x \neq 0.$$ 4

$tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$, $x \neq 0$ ফলনটো সৰলতম আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

$tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$, $x \neq 0$ অপেক্ষকটিকে সরলতম আকারে প্রকাশ করো।

$tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$, $x \neq 0$ मावथुनखौ गोरलैसिन महराव फोरमाय।

OR / নাইবা / অথবা / एबा

Find the value of $tan^{-1}\left(2\sin\left(\cos^{-1}\frac{1}{2}\right)\right)$. 4

$tan^{-1}\left(2\sin\left(\cos^{-1}\frac{1}{2}\right)\right)$ ৰ মান উলিওৱা।

$tan^{-1}\left(2\sin\left(\cos^{-1}\frac{1}{2}\right)\right)$ -এর মান নির্ণয় করো।

$tan^{-1}\left(2\sin\left(\cos^{-1}\frac{1}{2}\right)\right)$ नि मान दिहुन।

3. Answer *(i)* and *(ii)* **or** *(a)* and *(b)*:
উত্তৰ কৰা *(i)* আৰু *(ii)* ***অথবা*** *(a)* আৰু *(b)* ঃ
উত্তর দাও *(i)* এবং *(ii)* ***অথবা*** *(a)* এবং *(b)* ঃ
फिननाय लिर *(i)* आरो *(ii)* ***एबा*** *(a)* आरो *(b)* ः

(i) If $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, find A^2. 1

যদি $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, উলিওৱা A^2.

যদি $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তাহলে A^2-এর মান নির্ণয় করো।

जुदि $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, दिहुन A^2.

(ii) If $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, where A' is the transpose of A, then find $(A+3B)'$. 3

যদি $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ আৰু $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, য'ত A' টো A ৰ পক্ষান্তৰিত মৌলকক্ষ, তেন্তে $(A+3B)'$ উলিওৱা।

যদি $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, যেখানে A' টি A-এর পক্ষান্তরিত মৌলকক্ষ, তাহলে $(A+3B)'$ নির্ণয় করো।

जुदि $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ आरो $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, जेराव A' आ A नि दोनस्लायथाइ थोंसाजाय, अब्ला $(A+3B)'$ दिहुन।

OR / নাইবা / অথবা / एबा

(a) Give an example of a skew-symmetric matrix. 1

বিষম-সমমিত মৌলকক্ষ এটাৰ উদাহৰণ দিয়া।

একটি বিষম-সমমিত মৌলকক্ষের উদাহরণ দাও।

खेंस्लाय फारिग्रोब थोंसाजाय मोनसेनि बिदिन्थि हो।

(b) If $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, where I is the identity matrix of order 2, then find the value of x. 3

যদি $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ আৰু $A + A' = I$, য'ত I হৈছে 2 ঘাতৰ অভেদ মৌলকক্ষ, তেন্তে x-ৰ মান উলিওৱা।

যদি $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ এবং $A + A' = I$, যেখানে I হল 2 ঘাতের অভেদ মৌলকক্ষ, তাহলে x-র মান নির্ণয় করো।

जुदि $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ आरो $A + A' = I$, जेराव I आ जादों 2 फारिनि थाबिथा थोंसाजाय, अब्ला x-नि मान दिहुन।

4. *(i)* Using determinants find the equation of the line joining the points (1, 2) and (3, 6). 2

নির্ণায়ক ব্যৱহাৰ কৰি (1, 2) আৰু (3, 6) বিন্দু সংযোগী ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

নির্ণায়ক ব্যবহার করে (1, 2) এবং (3, 6) বিন্দু-সংযোগকারী রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

दिहुनलि बाहायनानै (1, 2) आरो (3, 6) बिन्दो फोनांजाब हांखोनि समानथाइ दिहुन।

(ii) Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ such that $f(x) = \sin x$ and $g(x) = x^2$. Then find composition function $g \circ f$. 2

(here $\mathbb{R}$ = set of real numbers)

যদি $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ যাতে $f(x) = \sin x$ আৰু $g(x) = x^2$, তেন্তে সংযোজন ফলন $g \circ f$ উলিওৱা। (ইয়াত $\mathbb{R}$ = বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি)

যদি $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এমন যে $f(x) = \sin x$ এবং $g(x) = x^2$, তাহলে সংযোজন অপেক্ষক $g \circ f$ নির্ণয় করো। (এখানে $\mathbb{R}$ = বাস্তব সংখ্যার সংহতি)

जुदि $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ जाहाथे $f(x) = \sin x$ आरो $g(x) = x^2$, अब्ला जथाय मावथुन $g \circ f$ दिहुन। (बेयाव $\mathbb{R}$ = नंगुबै अनजिमानि थुबुर)

5. Find $\frac{dy}{dx}$, if 2+2=4

(i) $x = t + \sin t$
$y = 1 - \cos t$

(ii) $x^y = y^x$

$\frac{dy}{dx}$ উলিওৱা, যদি

(i) $x = t + \sin t$
$y = 1 - \cos t$

(ii) $x^y = y^x$

$\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় করো, যদি

(i) $x = t + \sin t$
$y = 1 - \cos t$

(ii) $x^y = y^x$

$\frac{dy}{dx}$ दिहुन, जुदि

(i) $x = t + \sin t$

$y = 1 - \cos t$

(ii) $x^y = y^x$

6. Find the intervals in which the function f given by $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ is

(a) increasing *(b)* decreasing 2+2=4

$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ ৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট f ফলনটো কোন অন্তৰালত

(a) বৰ্ধমান

(b) হ্ৰাসমান উলিওৱা।

$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ দ্বারা নির্দিষ্ট f অপেক্ষকটি কোন অন্তরালে

(a) বর্ধমান এবং

(b) হ্রাসমান নির্ণয় করো।

$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ नि जोहै थिखानाय f मावथुना माबे खोन्दोबाव

(a) बांलांमान

(b) खमायलांमान दिहुन।

OR / নাইবা / অথবা / एबा

A balloon, which always remains spherical, has a variable diameter $(2x+1)$. Find the rate of change of its volume with respect to x. 4

এটা বেলুন সদায় গোলাকাৰ হৈ থাকে আৰু ইয়াৰ পৰিৱৰ্তনশীল ব্যাস $(2x+1)$। x সাপেক্ষে ইয়াৰ আয়তনৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ উলিওৱা।

একটি বেলুন সর্বদা গোলাকার হয়ে থাকে এবং এর পরিবর্তনশীল ব্যাস $(2x+1)$। x-এর সাপেক্ষে এর আয়তনের পরিবর্তনের হার নির্ণয় করো।

थोबसे बेलुना जेब्लाबो दुलुर महर जानानै थायो आरो बेनि सोलायस्लु खावा $(2x+1)$। x नि लोब्बायाव बेनि रोजागासैनि सोलायनायनि हार दिहुन।

7. Evaluate : ***(any two)*** 2+2=4

(i) $\int \log x \, dx$

(ii) $\int \sin^2 x \, dx$

(iii) $\int x\sqrt{3x+2} \, dx$

মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ *(যিকোনো দুটা)*

(i) $\int \log x \, dx$

(ii) $\int \sin^2 x \, dx$

(iii) $\int x\sqrt{3x+2} \, dx$

মান নির্ণয় করো ঃ *(যে-কোনো দুটি)*

(i) $\int \log x \, dx$

(ii) $\int \sin^2 x \, dx$

(iii) $\int x\sqrt{3x+2} \, dx$

मान दिहुन : *(जायखिजाया मोननै)*

(i) $\int \log x\,dx$

(ii) $\int \sin^2 x\,dx$

(iii) $\int x\sqrt{3x+2}\,dx$

OR / *নাইবা / অথবা / एबा*

Evaluate : 4

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}$$

মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}$$

মান নির্ণয় করো ঃ

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}$$

मान दिहुन :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\text{kkk}$$

8. Find the area lying in the first quadrant and bounded by the circle $x^2+y^2=1$ and the lines $x=0$ and $x=1$. 4

প্ৰথম চোকত বৃত্ত $x^2+y^2=1$ আৰু সৰলৰেখা $x=0$ আৰু $x=1$ য়ে আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিওৱা।

প্রথম চতুর্থাংশ বৃত্ত $x^2+y^2=1$ এবং সরলরেখা $x=0$ এবং $x=1$ দ্বারা পরিবেষ্টিত ক্ষেত্রের কালি নির্ণয় করো।

गिबि जखाइसैयाव बेंखन $x^2+y^2=1$ आरो गोथोंहांखो $x=0$ आरो $x=1$ आ आवग्रिनाय दब्लाइनि दब्लाइथि दिहुन।

OR / *নাইবা / অথবা / एबा*

Find the area of the region bounded by the line $y=3x+2$, the x-axis and ordinate $x=1$. 4

$y=3x+2$ সৰলৰেখা, x-অক্ষ আৰু $x=1$ কোটিয়ে আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিওৱা।

$y=3x+2$ সরলরেখা, x-অক্ষ এবং $x=1$ কোটি দ্বারা পরিবেষ্টিত ক্ষেত্রের কালি নির্ণয় করো।

$y=3x+2$ गोथोंहांखो, x-बिथ' आरो $x=1$ जानस'आ आवग्रिनाय दब्लाइनि दब्लाइथि दिहुन।

9. (i) Let $\vec{a}$ is a non-zero vector of magnitude 2 and λ is a non-zero scalar. Find the value of λ such that $\lambda\vec{a}$ is a unit vector. 2

$\vec{a}$ এটা 2 মানৰ অশূন্য ভেক্টৰ আৰু λ এটা অশূন্য স্কেলাৰ। λ ৰ কি মানৰ বাবে $\lambda\vec{a}$ এটা একক ভেক্টৰ হ'ব?

$\vec{a}$ একটি 2 মানের অশূন্য ভেক্টর এবং λ একটি অশূন্য স্কেলার। λ-এর কোন্ মানের জন্য $\lambda\vec{a}$ একটি একক ভেক্টর হবে ?

$\vec{a}$ आ मोनसे 2 माननि लाथिख' नङि भेक्टर आरो λ आ मोनसे लाथिख' नङि स्केलार। λ नि मा माननि थाखाय $\lambda\vec{a}$ आ मोनसे सानंगुदि भेक्टर जागोन ?

(ii) Find the direction cosine of the vector $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$. 2

$\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ ভেক্টৰৰ দিশাংক উলিওৱা।

$\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ ভেক্টরের দিশাংক নির্ণয় করো।

$\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ भेक्टरनि थों कसाइन दिहुन।

10. If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are unit vectors such that $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, find the value of $\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a}$. 4

যদি $\vec{a}, \vec{b}$ আৰু $\vec{c}$ একক ভেক্টৰ হয় যাতে $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, তেন্তে $\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

যদি $\vec{a}, \vec{b}$ এবং $\vec{c}$ একক ভেক্টর হয় যাতে $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, তাহলে $\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a}$ -এর মান নির্ণয় করো।

जुदि $\vec{a}, \vec{b}$ आरो $\vec{c}$ सानगुदि भेक्टर जायो जाहाथे $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, अब्ला $\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a}$ नि मान दिहुन।

OR / নাইবা / অথবা / एबा

Find the area of a triangle having the points $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$ and $C(2,3,1)$ as its vertices. 4

এটা ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু তিনিটা $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$ আৰু $C(2,3,1)$ হ'লে, ত্ৰিভুজটোৰ কালি উলিওৱা।

একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$ এবং $C(2,3,1)$ হলে, ত্রিভুজটির কালি নির্ণয় করো।

मोनसे आखान्थिथामनि थिखिनि बिन्दो मोनथामा $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$ आरो $C(2,3,1)$ जायोब्ला आखान्थिथामनि दब्लाइथि दिहुन।

11. (i) Find a vector of magnitude 5 units in the direction of the vector $\vec{a}=\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$. 2

$\vec{a}=\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টৰৰ দিশত এনে এটা ভেক্টৰ উলিওৱা যাৰ মান 5 একক।

$\vec{a}=\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ ভেক্টরের দিশায় এমন একটি ভেক্টর নির্ণয় করো যার মান 5 একক।

$\vec{a}=\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ भेक्टरनि दिगाव ऐरबादि मोनसे भेक्टर दिहुन जायनि माना 5 सानगुदि।

(ii) Find the projection of the vector $\hat{i}+3\hat{j}+7\hat{k}$ on the vector $7\hat{i}-\hat{j}+8\hat{k}$. 2

$7\hat{i}-\hat{j}+8\hat{k}$ ভেক্টৰত $\hat{i}+3\hat{j}+7\hat{k}$ ভেক্টৰৰ অভিক্ষেপ নিৰ্ণয় কৰা।

$7\hat{i}-\hat{j}+8\hat{k}$ ভেক্টরের উপরে $\hat{i}+3\hat{j}+7\hat{k}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ বের করো।

$7\hat{i}-\hat{j}+8\hat{k}$ भेक्टराव $\hat{i}+3\hat{j}+7\hat{k}$ भेक्टरनि थोंखांनाय दिहुन।

12. (i) A coin is tossed three times. Find the probability of occurring head on the third toss. 2

একটা মুদ্ৰা তিনিবাৰ টছ্ কৰা হ'ল। তৃতীয় টছত মুণ্ড হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

একটি মুদ্রা তিনবার টস্ করা হল। তৃতীয় টসটিতে মুণ্ড হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করো।

गरसे खाउरि थामखेब गारहरनाय जाबाय। थामथि खेब गारहरनायाव खर' मोननायनि जाथावना दिहुन।

(ii) Two cards are drawn at random and without replacement from a pack of 52 playing cards. Find the probability that both cards are spade. 2

52 পতীয়া তাচখেলাৰ থাক এটিৰ পৰা পুনৰ্স্থাপন নকৰাকৈ (without replacement) দুখন পাত যাদৃচ্ছিকভাৱে টনা হ'ল। দুয়োখন পাত ইস্কাপন (spade) হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নির্ণয় কৰা।

52 টি কার্ড সমেত একটি তাসের প্যাকেট থেকে কোনোরকম বদল না করে দুটি কার্ড এলোমেলোভাবে টানা হল। উভয় কার্ডের স্পেড (ইশকাপন) হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করো।

गां 52 बिलाइ थानाय जाबसे तास बिलाइनिफ्राय जेबो सोलाया लासिनो गांनै बिलाइ सायख्ल'जानाय बादियै बोनाय जाबाय। गांनैबो बिलाइया इस्कापन जानायनि जाथावना दिहुन।

13. A man is known to speak truth 4 out of 5 times. He throws a die and reports that it is three. Find the probability that it is actually three. 4

এজন মানুহে 5 বাৰৰ ভিতৰত 4 বাৰ সঁচা কথা কয় বুলি জনা যায়। তেওঁ পাশতি এটা টছ কৰে আৰু তিনি পোৱা বুলি ব্যক্ত কৰে। পাশতিটোত সচাঁকৈয়ে তিনি পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নির্ণয় কৰা।

একজন মানুষ 5 বারের মধ্যে 4 বার সত্য কথা বলে বলে জানা যায়। তিনি একটি পাশা টস্ করেন এবং 'তিন' পেয়েছেন বলে জানান। পাশাটিতে সত্যি করে 'তিন' পাওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় করো।

सासे मानसिया 5 खेबनि मादाव 4 खेब सैथो बाथ्रा बुङो होनना मिथियो। बियो डाइस गरसे टस खालामो आरो थाम मोनबाय होनना फोरमायो। डाइसआव थानैनो थाम मोननायनि जाथावना दिहुन।

OR / নাইবা / অথবা / एबा

A fair coin and an unbiased die are tossed. Let A be the event 'head appears on the coin' and B be the event '3 on the die'. Check whether A and B are independent events or not. 4

এটা নিখুঁত মুদ্রা আৰু এটা অবিকৃত পাশতি একেলগে টছ কৰা হ'ল। 'মুদ্রাটোত মুণ্ড পোৱা ঘটনা'ক A আৰু 'পাশতিটোত 3 পোৱা ঘটনা'ক Bৰে সূচালে, A আৰু B স্বতন্ত্ৰ হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

একটা নিখুঁত মুদ্রা এবং একটি অবিকৃত পাশা একসঙ্গে টস্ করা হলো। 'মুদ্রাটিতে মুণ্ড পাওয়া ঘটনা'-কে A এবং 'পাশাটিতে 3 পাওয়ার ঘটনা'-কে B সূচিত করে। A এবং B স্বতন্ত্র কিনা পরীক্ষা করো।

गरसे स्लिमस्लिम खाउरि आरो गरसे रावनिबो फारसे जायि डाइस जयै गारहरनाय जाबाय। 'खाउरियाव खर' मोननाय जाथाइखौ A आरो 'डाइसआव 3 मोननाय जाथाइ'खौ B जों दिन्थियोब्ला। A आरो B आ उदां जाथाइ जायो ना जाया आनजाद खालाम।

14. *Answer (a)* **or** *(b)*:

উত্তৰ কৰা *(a)* ***আৰু*** *(b)* ঃ

উত্তর দাও *(a)* ***অথবা*** *(b)* ঃ

फिननाय लिर *(a)* ***एबा*** *(b)* ः

(a) (i) Find the minor and cofactor of the second row and second column element of the determinant 2

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কৰ দ্বিতীয় শাৰী আৰু দ্বিতীয় স্তম্ভ মৌলটোৰ অনুৰাশি আৰু সহৰাশি উলিওৱা।

$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$ নির্ণায়কের দ্বিতীয় সারি এবং দ্বিতীয় স্তম্ভ মৌলটির অনুরাশি এবং সহরাশি নির্ণয় করো।

$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$ दिहुनलिनि नैथि लारि आरो नैथि खाम्फा गुदिथा बादियै आरो लोगो लारि दिहुन।

(ii) For the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I = 0$. Hence find A^{-1}, where I is the identity matrix of order 2. 4

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ মৌলকক্ষৰ বাবে দেখুওৱা যে $A^2 - 5A + 7I = 0$। ইয়াৰ পৰা A^{-1} উলিওৱা, য'ত I হৈছে 2 ঘাতৰ অভেদ মৌলকক্ষ।

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ মৌলকক্ষের ক্ষেত্রে দেখাও যে $A^2 - 5A + 7I = 0$। এর থেকে A^{-1} নির্ণয় করো, যেখানে I হল 2 ঘাতের অভেদ মৌলকক্ষ।

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ थोंसाजायनि थाखाय दिन्थिदि $A^2 - 5A + 7I = 0$। बेनिफ्राय A^{-1} दिहुन, जेराव I आ जादों 2 फारिनि थाबिथा थोंसाजाय।

OR / *नाइबा* / *অথবা* / *एबा*

(b) Solve the linear system : (using matrix method) 6

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ y + 3z &= 11 \\ x - 2y + z &= 0 \end{aligned}$$

ৰৈখিক প্ৰণালীটো সমাধান কৰা ঃ (মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিৰে)

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ y + 3z &= 11 \\ x - 2y + z &= 0 \end{aligned}$$

রৈখিক প্রণালীটি সমাধান করো ঃ (মৌলকক্ষীয় পদ্ধতি দ্বারা)

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ y + 3z &= 11 \\ x - 2y + z &= 0 \end{aligned}$$

हांखोआरि बिखान्थिखौ मावफुंथाइ दिहुन : (थोंसाजायारि आदबजों)

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ y + 3z &= 11 \\ x - 2y + z &= 0 \end{aligned}$$

15. Answer *(i)* and *(ii)* **or** *(a)* and *(b)* :

উত্তৰ কৰা *(i)* আৰু *(ii)* *অথবা* *(a)* আৰু *(b)* ঃ

উত্তর দাও *(i)* এবং *(ii)* *অথবা* *(a)* এবং *(b)* ঃ

फिननाय लिर *(i)* आरो *(ii)* *एबा* *(a)* आरो *(b)* ः

(i) Find all points of discontinuity of the function f defined by 3

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{if } x < 1 \\ 0, & \text{if } x = 1 \\ x - 2, & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

f ফলনৰ বিচ্ছিন্নতাৰ সকলো বিন্দু উলিওৱা য'ত

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{যদি } x < 1 \\ 0, & \text{যদি } x = 1 \\ x - 2, & \text{যদি } x > 1 \end{cases}$$

f অপেক্ষকের বিচ্ছিন্নতার সকল বিন্দু নির্ণয় করো যেখানে

$$f(x)=\begin{cases} x+2, & \text{যদি } x<1 \\ 0, & \text{যদি } x=1 \\ x-2, & \text{যদি } x>1 \end{cases}$$

f मावथुननि आन्थोर जनाय गासैबो बिन्दोखौ दिहुन जेराव

$$f(x)=\begin{cases} x+2, & \text{जुदि } x<1 \\ 0, & \text{जुदि } x=1 \\ x-2, & \text{जुदि } x>1 \end{cases}$$

(ii) If $\cos y = x\cos(a+y)$, with $\cos a \neq \pm 1$, prove that

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}.$$ 3

যদি $\cos y = x\cos(a+y)$, $\cos a \neq \pm 1$, প্ৰমাণ কৰা যে,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}।$$

যদি $\cos y = x\cos(a+y)$, $\cos a \neq \pm 1$, প্রমাণ করো যে,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}।$$

जुदि $\cos y = x\cos(a+y)$, $\cos a \neq \pm 1$, फोरमान खालाम दि,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}।$$

OR / নাইবা / অথবা / एब्ला

(a) If $y=\sin^{-1}x$, then show that $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}=0$. 3

যদি $y=\sin^{-1}x$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}=0$ ।

যদি $y=\sin^{-1}x$ হয়, তাহলে দেখাও যে $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}=0$ ।

जुदि $y=\sin^{-1}x$ जायो, अब्ला दिन्थि दि $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}=0$ ।

(b) Given $f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{if } x\le 3 \\ x+4, & \text{if } x>3 \end{cases}$

If the function f is continuous at $x=3$, find the value of a. 3

দিয়া আছে $f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{যদি } x\le 3 \\ x+4, & \text{যদি } x>3 \end{cases}$

যদি f ফলনটো $x=3$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হয়, তেন্তে a ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

দেওয়া আছে $f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{যদি } x\le 3 \\ x+4, & \text{যদি } x>3 \end{cases}$

যদি f ফলনটি $x=3$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন হয়, তাহলে a -এর মান নির্ণয় করো।

होनाय दं $f(x)=\begin{cases} ax+1, & \text{जुदि} \quad x \le 3 \\ x+4, & \text{जुदि} \quad x > 3 \end{cases}$

जुदि f मावथुनआ $x=3$ बिन्दोआव आन्थोजयि जायो, अब्ला a नि मान दिहुन।

16. Find absolute maximum value and absolute minimum value of the function given by

$$f(x)=2x^3-15x^2+36x+1, \quad x \in [1, 5].$$ 6

$f(x)=2x^3-15x^2+36x+1$ ৰ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট f ফলনটোৰ $[1, 5]$ অন্তৰালত পৰম গৰিষ্ঠ আৰু পৰম লঘিষ্ঠ মান উলিওৱা।

$f(x)=2x^3-15x^2+36x+1$-এর দ্বারা নির্দিষ্ট f অপেক্ষকটির $[1, 5]$ অন্তরালে পরম গরিষ্ঠ এবং পরম লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় করো।

$f(x)=2x^3-15x^2+36x+1$ नि जोहै थि f मावथुननि $[1, 5]$ आन्थोराव बांसिनथा देरमा आरो हायसिनथा देरमा मान दिहुन।

OR / নাইবা / অথবা / एबा

Find the point(s) on the curve $x^2=2y$ which is nearest to the point $(0, 3)$. 6

$(0, 3)$ বিন্দুটোৰ পৰা নিম্নতম দূৰত্বত $x^2=2y$ বক্ৰটোৰ ওপৰত থকা বিন্দু / বিন্দুবোৰ উলিওৱা।

$(0, 3)$ বিন্দুটি থেকে নিম্নতম দূরত্বে $x^2=2y$ বক্রটির উপরে অবস্থিত বিন্দু / বিন্দুগুলি নির্ণয় করো।

$(0, 3)$ बिन्दोनिफ्राय खाथिसिन जानथाइयाव $x^2=2y$ बोहांखोनि सायाव थानाय बिन्दो/ बिन्दोफोरखौ दिहुन।

17. Evaluate : ***(any one)*** 6

(i) $\int \sqrt{\tan x}\, dx$

(ii) $\int \frac{x}{(x-1)^2(x+2)}\, dx$

মান নিৰ্ণয় কৰা : *(যিকোনো এটা)*

(i) $\int \sqrt{\tan x}\, dx$

(ii) $\int \frac{x}{(x-1)^2(x+2)}\, dx$

মান নির্ণয় করো : *(যে-কোনো একটি)*

(i) $\int \sqrt{\tan x}\, dx$

(ii) $\int \frac{x}{(x-1)^2(x+2)}\, dx$

मान दिहुन : *(जायखिजाया मोनसे)*

(i) $\int \sqrt{\tan x}\, dx$

(ii) $\int \frac{x}{(x-1)^2(x+2)}\, dx$

18. Solve the following differential equations : ***(any two)*** 3+3=6

(i) $x(x-1)\frac{dy}{dx}=1, \quad y(-1)=0$

(ii) $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^2$

(iii) $(x-y)dy-(x+y)dx=0$

তলৰ অৱকল সমীকৰণকেইটা সমাধান কৰা ঃ *(যিকোনো দুটা)*

(i) $x(x-1)\frac{dy}{dx}=1, \quad y(-1)=0$

(ii) $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^2$

(iii) $(x-y)dy-(x+y)dx=0$

নীচের অবকল সমীকরণগুলি সমাধান করো ঃ *(যে-কোনো দুটি)*

(i) $x(x-1)\frac{dy}{dx}=1, \quad y(-1)=0$

(ii) $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^2$

(iii) $(x-y)dy-(x+y)dx=0$

गाहायनि सानखि समानथाइफोरखौ मावफुंथाइ खालाम : *(जायखिजाया मोननैं)*

(i) $x(x-1)\frac{dy}{dx}=1, \quad y(-1)=0$

(ii) $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=x^2$

(iii) $(x-y)dy-(x+y)dx=0$

19. *Answer (a)* ***or*** *(b) :*

উত্তৰ কৰা *(a)* *আৰু* *(b)* ঃ

উত্তর দাও *(a)* *অথবা* *(b)* ঃ

फिननाय लिर *(a)* *एबा* *(b)* ः

(a) (i) If the lines

$$\frac{1-x}{3}=\frac{y-2}{2k}=\frac{z-3}{2} \quad \text{and} \quad \frac{x-1}{3k}=\frac{y-1}{1}=\frac{6-z}{5}$$

are perpendicular, find the value of k. 3

যদি $\frac{1-x}{3}=\frac{y-2}{2k}=\frac{z-3}{2}$ ৰেখাডাল $\frac{x-1}{3k}=\frac{y-1}{1}=\frac{6-z}{5}$ ৰেখাডালৰ লম্ব হয়, kৰ মান উলিওৱা।

যদি $\frac{1-x}{3}=\frac{y-2}{2k}=\frac{z-3}{2}$ রেখাটি $\frac{x-1}{3k}=\frac{y-1}{1}=\frac{6-z}{5}$ রেখাটির লম্ব হয়, k-এর মান নির্ণয় করো।

जुदि $\frac{1-x}{3}=\frac{y-2}{2k}=\frac{z-3}{2}$ हांखोआ $\frac{x-1}{3k}=\frac{y-1}{1}=\frac{6-z}{5}$ हांखोनि थोंगोर जायो, अब्ला k नि मान दिहुन।

(ii) Find the Cartesian equation of the line through the point $(5, 2, -4)$ and which is parallel to the vector $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$. 3

$(5, 2, -4)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$ ভেক্টৰৰ সমান্তৰাল ৰেখাডালৰ কাৰ্টেজীয় সমীকৰণ উলিওৱা।

$(5, 2, -4)$ বিন্দুর মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$ ভেক্টরের সমান্তরাল রেখাটির কার্টেজীয় সমীকরণ নির্ণয় করো।

$(5, 2, -4)$ बिन्दोनि गेजेरजों थांनाय $3\hat{i}+2\hat{j}-8\hat{k}$ भेक्टरनि लिग हांखोनि कार्टेजिय (समानथालायारि) समानथाइ दिहुन।

OR / নাইবা / অথবা / एबा

(b) Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-1}{1}=\frac{2-y}{3}=\frac{z-3}{2} \text{ and } \frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-6}{1}.$$ 6

$\frac{x-1}{1}=\frac{2-y}{3}=\frac{z-3}{2}$ আৰু $\frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-6}{1}$ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব উলিওৱা।

$\frac{x-1}{1}=\frac{2-y}{3}=\frac{z-3}{2}$ এবং $\frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-6}{1}$ রেখা দুটির মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্ব নির্ণয় করো।

$\frac{x-1}{1}=\frac{2-y}{3}=\frac{z-3}{2}$ आरो $\frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-6}{1}$ हांखो दोंनैनि गेजेरनि सुंसिन जानथाइ दिहुन।

20. Solve graphically the following linear programming problems :

Maximize and minimize $Z = 3x+5y$

subject to the constraints

$$2x+3y \le 36$$
$$x+y \le 15$$
$$y \ge 3$$
$$x \ge 0$$
6

$Z = 3x+5y$ ৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা

য'ত

$$2x+3y \le 36$$
$$x+y \le 15$$
$$y \ge 3$$
$$x \ge 0$$

$Z = 3x+5y$ -এর সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করো

যেখানে

$$2x+3y \le 36$$
$$x+y \le 15$$
$$y \ge 3$$
$$x \ge 0$$

$Z = 3x+5y$ नि बांसिनथा आरो हायसिनथा मान दिहुन

जेराव

$$2x+3y \le 36$$
$$x+y \le 15$$
$$y \ge 3$$
$$x \ge 0$$

OR / নাইবা / অথবা / एबा

Determine graphically the minimum value of the objective function $Z = 3x + 9y$

subject to the constraints

$$x + 3y \leq 60$$
$$x + y \geq 10$$
$$x \leq y$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

6

উদ্দিষ্ট ফলন

$Z = 3x + 9y$ ৰ সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা, য'ত x আৰু yৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$x + 3y \leq 60$$
$$x + y \geq 10$$
$$x \leq y$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

উদ্দিষ্ট অপেক্ষক

$Z = 3x + 9y$ -এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করো, যেখানে x এবং y-এর সীমাবদ্ধতাসমূহ হল

$$x + 3y \leq 60$$
$$x + y \geq 10$$
$$x \leq y$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

थांखिथा मावथुन

$Z = 3x + 9y$ नि हायसिनथा मान दिहुन, जेराव x आरो y नि हेंथायफोरा जाबाय —

$$x + 3y \leq 60$$
$$x + y \geq 10$$
$$x \leq y$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

———×———