

Total number of printed pages-11

1 (Sem-1) PHY

2024

PHYSICS

Paper : PHY0100104

(Mathematical Physics and Mechanics)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer **either** in English **or** in Assamese.

1. Answer the following questions : $1 \times 5 = 5$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) What is Coriolis force ?

কৰিয়োলছ বল কি ?

(b) If $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, then \vec{F} is called _____ vector.

যদি $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ হয়, তেনেহলে \vec{F} ক _____ ভেক্টৰ কোৱা হয়।

Contd.

- (c) Write the mathematical expression of Gauss divergence theorem.

গাউছৰ অপসৰণ উপপাদ্যটোৰ গাণিতিক প্ৰকাশক ৰাশিটো লিখা।

- (d) State Kepler's third law of planetary motion.

গ্ৰহৰ গতি সম্পৰ্কীয় কেপলাৰৰ তৃতীয় সূত্ৰটো লিখা।

- (e) Write the relation between torque and angular momentum.

টৰ্ক আৰু কৌণিক ভৰবেগৰ মাজৰ সম্পৰ্কেটো লিখা।

2. Answer **any five** questions from the following : $2 \times 5 = 10$

তলৰ যিকোনো পাঁচটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) If $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$, find $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ at the point $(1, -1, 1)$.

যদি $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$ হয় তেন্তে $(1, -1, 1)$ বিন্দুত $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ ৰ মান উলিওৱা।

- (b) Define Dirac delta function. Write its shifting property.

ডিৰাক ডেল্টা ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ সলনি কৰা ধৰ্মটো লিখা।

- (c) Express $\vec{\nabla} \phi$ in spherical polar co-ordinate.

গোলকীয় মেৰু স্থানাংকত $\vec{\nabla} \phi$ ৰ মান উলিওৱা।

- (d) The rotational kinetic energy of a particle is 10 joule and moment of inertia is 8 g m-cm^2 . Calculate the angular momentum of the particle.

এটা কণাৰ ঘূৰ্ণন গতিশক্তি 10 জুল আৰু জড় ভ্ৰামক 8 গ্ৰাম-ছে.মি.^2 । কণাটোৰ কৌণিক ভৰবেগ নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) Distinguish between elastic and inelastic collision.

স্থিতিস্থাপক আৰু অস্থিতিস্থাপক সংঘাতৰ পাৰ্থক্য লিখা।

(f) A simple harmonic motion is represented by $y = 5 \sin(2\pi t + 30^\circ) \text{ cm}$.

Find (i) Amplitude

(ii) Frequency

(iii) Initial phase

(iv) Displacement at $t = 2 \text{ sec}$

$y = 5 \sin(2\pi t + 30^\circ) \text{ cm}$ ৰ দ্বাৰা সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত গতিক বুজোৱা হৈছে।

নিৰ্ণয় কৰা (i) বিস্তাৰ

(ii) কম্পনাংক

(iii) প্ৰাৰম্ভিক দশা

(iv) $t = 2 \text{ sec}$ ত সৰণ

(g) A wire of length 2 m and diameter 1 mm is clamped at one end. Find the couple needed to twist the other end by 90° .

Given, $\eta = 2.8 \times 10^{11} \text{ dyne/cm}^2$.

২ মিটাৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু ১ মি.মি. ব্যাসৰ তাঁৰ এডালৰ এটা মূৰ বান্ধি থোৱা আছে। আনটো মূৰ 90° পকাবলৈ কিমান পৰিমাণৰ বলযুগ্মৰ প্ৰয়োজন হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

দিয়া আছে, $\eta = 2.8 \times 10^{11} \text{ ডাইন/ছে.মি.}^2$

(h) Estimate whether the following force is conservative or not?

$$\vec{F} = \frac{\alpha}{a^4} x \hat{i} + \frac{\alpha}{r^4} y \hat{j} + \frac{\alpha}{r^4} z \hat{k}.$$

$$\vec{F} = \frac{\alpha}{a^4} x \hat{i} + \frac{\alpha}{r^4} y \hat{j} + \frac{\alpha}{r^4} z \hat{k} \text{ বলটো সংৰক্ষিত হয়}$$

নে নহয় বিচাৰ কৰা।

(i) Calculate Poisson's ratio for silver. Given, Young's modulus for silver is $7.25 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ and bulk modulus is $11 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$.

ছিলভাৰৰ পয়চনৰ অনুপাত নিৰ্ণয় কৰা। দিয়া আছে, ছিলভাৰৰ ইংগৰ গুণাংক $7.25 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ আৰু আয়তন গুণাংক $11 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ।

- (j) Write Poiseuille's equation for a liquid flowing through a narrow tube and also state its corrected form.

ঠেক নলী এটাৰে প্ৰবাহিত হোৱা তৰলৰ পয়ছেলীৰ সমীকৰণটো লিখা লগতে ইয়াৰ সংশোধনী সমীকৰণটোও উল্লেখ কৰা।

3. Answer **any four** of the following questions :
5×4=20

তলৰ যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) If $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ by any scalar function, find out ;

(i) grad ϕ at point (1, 2, 2) ;

(ii) unit vector \hat{e} perpendicular to surface.

3+2=5

যদি $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ এটা স্কেলাৰ ফলন হয় তেন্তে, নিৰ্ণয় কৰা—

(i) (1, 2, 2) বিন্দুত grad ϕ ;

(ii) পৃষ্ঠৰ লম্ব হোৱা একক ভেক্টৰ \hat{e} ।

- (b) Establish that centrifugal force produced as a result of earth's rotation is $\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$, where the symbols have their usual meanings.

পৃথিৱীৰ ঘূৰ্ণনৰ ফলত উৎপন্ন হোৱা অপকেন্দ্ৰীক বল $\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ প্ৰতিষ্ঠা কৰা। ইয়াত ব্যৱহাৰ কৰা চিহ্নবোৰে সচৰাচৰ ব্যৱহাৰ কৰা অৰ্থ বুজাইছে।

- (c) Write the transformation relation between Cartesian (x, y, z) and spherical polar co-ordinates (γ, θ, ϕ) . Express $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ in spherical polar co-ordinate.
2+3=5

কাৰ্টেছীয় স্থানাংক (x, y, z) আৰু গোলকীয় মেৰু স্থানাংক (γ, θ, ϕ) ৰ মাজৰ ৰূপান্তৰণ সম্বন্ধ লিখা। গোলকীয় মেৰু স্থানাংকত $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ প্ৰকাশ কৰা।

- (d) What do you understand by moment of inertia of a body? On which factor it depends? Explain the concept of radius of gyration.
1+2+2=5

এটা বস্তুর জড়ভ্রামক বুলিলে কি বুজা? ইয়াৰ মান কি কি কাৰকৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে? ঘূৰ্ণন ব্যাসার্ধৰ ধাৰণাটো ব্যাখ্যা কৰা।

- (e) What is inelastic collision? Show that in case of inelastic collision of two bodies there is always loss of kinetic energy. 1+4=5

অস্থিতিস্থাপক সংঘাত কি? দেখুওৱা যে দুটা বস্তুর মাজত হোৱা অস্থিতিস্থাপক সংঘাতত সদায় গতিশক্তি হ্ৰাস হয়।

- (f) Show that the function

$\delta(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sin(2\pi \epsilon x)}{\pi x}$ is a Dirac delta function.

দেখুওৱা যে

$\delta(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sin(2\pi \epsilon x)}{\pi x}$ ফলনটো ডিৰাক ডেল্টা

ফলন।

- (g) Write the differential equation of SHM and find its solution.

সৰল দোলগতিৰ সমীকৰণটো লিখি ইয়াৰ সমাধান উলিওৱা।

- (h) What is non-inertial frame of reference? Deduce an expression of acceleration in rotating non-inertial frame. 1+4=5

অজড় প্ৰসংগ প্ৰণালী কি? ঘূৰ্ণায়মান অজড় প্ৰসংগ প্ৰণালীত ত্বৰণৰ প্ৰকাশ ৰাশি প্ৰতিষ্ঠা কৰা।

4. Answer **any one** of the following questions : 10

তলৰ যিকোনো এটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Prove the following vector identities : 3+2+5=10

তলৰ ভেক্টৰ সম্বন্ধ কেইটা প্ৰমাণ কৰা :

(i) $\text{div curl } \vec{A} = 0$

(ii) $\text{div grad } \phi = \nabla^2 \phi$

(iii) $\text{curl curl } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \nabla^2 \vec{A}$

- (b) (i) Find the expression of moment of inertia of a solid cylinder about an axis passing through its centre and perpendicular to its own axis.

7

গোটা চুঙা এটাৰ কেন্দ্ৰৰ মাজেৰে যোৱা আৰু তাৰ নিজ অক্ষৰ লম্ব হোৱা অক্ষ সাপেক্ষে জড় ভ্ৰামকৰ প্ৰকাশ ৰাশি উলিওৱা।

- (ii) Calculate the moment of inertia of a circular disc of radius 20 cm, width 12 cm and density 9 gm/cm^3 about an axis passing through its centre and perpendicular to its plane. 3

20 ছে.মি. ব্যাসার্ধ, 12 ছে.মি. বেধ আৰু 9 গ্ৰাম/ছে.মি.^3 ঘনত্বৰ বৃত্তাকাৰ কাহী এখনৰ কেন্দ্ৰৰ মাজেদি যোৱা আৰু পৃষ্ঠতলৰ লম্ব হোৱা অক্ষ সাপেক্ষে জড় ভ্ৰামক গণনা কৰা।

- (c) What is cantilever? Deduce an expression for depression of a cantilever fixed at one end and loaded at the other end with a load W . 2+8=10

কেন্টিলিভাৰ কি? এটা প্ৰান্ত স্থিৰ আৰু আনটো প্ৰান্তত W ভাৰ দিলে কেন্টিলিভাৰটোৰ মুক্ত প্ৰান্তত হোৱা অৱনমনৰ প্ৰকাশৰাশিটো উলিওৱা।

- (d) (i) Show that under central force $\vec{F} = \vec{F}\hat{r}$ the angular momentum is conserved. 5

দেখুওৱা যে কেন্দ্ৰীয় বল $\vec{F} = \vec{F}\hat{r}$ ৰ অধীনত কৌণিক ভৰবেগ সংৰক্ষিত হয়।

- (ii) Define curvilinear co-ordinate system. When is it called orthogonal? What is tangent vector in this co-ordinate?

3+1+1=5

বক্ৰৰেখী স্থানাংক পদ্ধতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াক কেতিয়া লাম্বিক বোলা হয়? এই স্থানাংক পদ্ধতিত স্পৰ্শীয় ভেক্টৰ কি?