

Goalpara College
HS 2nd Year
Pre- Test Examination 2023
Sub : Mathematics

Time : 3 hrs. **Full marks : 100**

1. Answer any twelve questions :

1x12=12

যিকোনো বাৰটাৰ উত্তৰ কৰা-

i. Define Reflexive relation in a set A.

A সংহতিত প্রতিফলনীয় সম্বন্ধ মানে কি লিখা।

ii. What do you mean by one-one function?

একেকী ফলন বুলিলে কি বুজা?

iii. What is the domain of the inverse sine function?

sine ফলনৰ প্ৰতিলোমৰ আদিক্ষেত্র কি?

iv. What is the domain of the inverse tangent function?

tangent ফলনৰ প্ৰতিলোমৰ আদিক্ষেত্রটো কি?

v. Define Identity matrix.

অভেদ মৌলকক্ষ বুলিলে কি বুজা?

vi. Find the adjoint of A where $A = \begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 9 & +4 \end{bmatrix}$

যদি $A = \begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 9 & +4 \end{bmatrix}$, তেন্তে $\text{adj}A$ উলিওৱা।

vii. Is the function defined as $f(x)=x^2$, a continuous function?

$f(x)=x^2$ ফলনটো অবিচ্ছিন্ন হয়নে?

viii. Differentiate the function e^{100x} .

e^{100x} ফলনটোৰ অৱকলজ উলিওৱা।

ix. Find the rate of change of area of a circle with respect to its radius r when $r=3\text{cm}$.

ব্যাসার্ধ r সাপেক্ষে এটা বৃত্তৰ কালিৰ পৰিৱৰ্তনৰ হাৰ উলিওৱা যেতিয়া $r=3$ ছে.মি.।

x. Integrate $\int \sec^2 x dx$

অনুকলন কৰাঃ $\int \sec^2 x dx$

xi. Suppose two vectors are collinear. Will the two vectors have same magnitude and directions?

যদি দুটা ভেক্টর একরেখীয় হয়, তেন্তে ভেক্টর দুটাৰ মান আৰু দিশ একে হ'বনে?

xii. Let $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$. Is $|\vec{a}| = |\vec{b}|$? Are the vectors \vec{a} and \vec{b} equal?

ধৰা হ'ল $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ আৰু $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ হয়নে? \vec{a} আৰু \vec{b} সমান নে?

xiii. If a line makes angle 90° , 60° and 30° with the positive direction of x, y and z-axis respectively, find its direction cosines.

যদি এডাল রেখাই x, y আৰু z অক্ষৰ লগত ক্ৰমে 90° , 60° আৰু 30° কোণ উৎপন্ন কৰে তেন্তে ইয়াৰ দিশাংক উলিওৱা।

xiv. Define skew lines.

বিষম রেখা মানে কি?

2. Answer any fifteen questions :

2x15=30

যিকোনো পোন্ধৰটাৰ উত্তৰ কৰা-

i. Let L be the set of all lines in a plane and R be the relation in L defined as $R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ is perpendicular to } L_2\}$. Show that R is symmetric but neither reflexive nor transitive.

ধৰা হ'ল এখন সমতলত থকা সকলো রেখাৰ সংহতিটো L। I. অত সম্বন্ধ R ব সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে, $R = \{(L_1, L_2) : L_1 \text{ ৰ ওপৰত } L_2 \text{ লম্ব। দেখুওৱা যে R প্রতিসম, কিন্তু প্রতিফলনীয় নহয়, সংক্রামকো নহয়।}$

ii. Show that the Modulus function $f: R \rightarrow R$, given by

$f(x) = |x|$ is neither one-one nor onto

$$\text{where } |x| = \begin{cases} x & \text{if } x \geq 0 \\ -x & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

দেখুওৱা যে মাপাংক ফলন $f: R \rightarrow R$, $f(x) = |x|$ একৈকী নহয়,

$$\text{আচ্ছাদকো নহয় য'ত } |x| = \begin{cases} x & \text{if } x \geq 0 \\ -x & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

iii. Find the principal value of $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ ৰ মুখ্যমান নির্ণয় কৰা।

iv. Find x and y if

$$2x + 3y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ and } 3x + 2y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

x আৰু y ৰ মান নির্ণয় কৰা য'ত

$$2x + 3y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ আৰু } 3x + 2y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

v. Find the area of the triangle with vertices (1, 0), (6, 0) and (4, 3)

(1, 0), (6, 0) আৰু (4, 3) শীৰ্ষ বিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজৰ কালি নির্ণয় কৰা।

vi. Differentiate $\sqrt{e^{\sqrt{x}}}$, $x > 0$, with respect to x.

$\sqrt{e^{\sqrt{x}}}$, $x > 0$ ৰ x সাপেক্ষে অৱকলজ নির্ণয় কৰা।

vii. Differentiate $(x)^{\sin x}$, $x > 0$, with respect to x.

$(x)^{\sin x}$, $x > 0$ ৰ x সাপেক্ষে অৱকলজ নির্ণয় কৰা।

viii. Differentiate $\log(\cos e^x)$ with respect to x.

$\log(\cos e^x)$ ৰ x সাপেক্ষে অৱকলজ নির্ণয় কৰা।

ix. The radius of an air bubble is increasing at the rate of

$\frac{1}{2}$ cm/s. At what rate is the volume of the bubble increasing when the radius is 1cm?

এটা বায়ুৰ বুৰবুৰণিৰ ব্যাসার্ধ প্রতি ছেকেণ্ডত $\frac{1}{2}$ ছে.মি.কৈ বাড়ে। বুৰবুৰণিটোৰ

আয়তন কি হাৰত বাড়ে উলিওৱা যেতিয়া ব্যাসার্ধ 1ছে.মি।

x. Show that the function f given by $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in R$ is increasing on R.

দেখুওৱা যে f ফলনটো R ত বৰ্ধমান হয় য'ত $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in R$ ।

- xi. Find all the points of local maxima and local minima of the function f given by $f(x)=2x^3 - 6x^2 + 6x + 5$.

$f(x)=2x^3 - 6x^2 + 6x + 5$ ব দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট f ফলনৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ মান আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মানৰ সকলো বিন্দু উলিওৱা।

- xii. Find $\int \sin^3 x dx$.

$\int \sin^3 x dx$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- xiii. Find $\int \frac{dx}{x^2 - 64}$

$\int \frac{dx}{x^2 - 64}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- xiv. Find $\int \frac{dx}{x^2 - 64}$

$\int \frac{dx}{x^2 - 64}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- xv. Find a unit vector perpendicular to each of the vectors

$(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$, where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

$(\vec{a} + \vec{b})$ আৰু $(\vec{a} - \vec{b})$ ভেক্টৰ দুটাৰ ওপৰত লম্ব হোৱা এটা একক ভেক্টৰ

নিৰ্ণয় কৰা য'ত $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

- xvi. Show that the points $A(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $B(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$,

$C(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ are the vertices of a right angled triangle.

দেখুওৱা যে $A(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $B(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$, আৰু

$C(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ বিন্দুকেইটা এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু।

- xvii. Find the angle between the pair of lines

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4} \text{ and } \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$$

$$\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4} \text{ আৰু } \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2} \text{ ৰেখাদুডালৰ}$$

মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

- xviii. Find the direction cosines of the line passing through the two points $(-2, 4, -5)$ and $(1, 2, 3)$.

$(-2, 4, -5)$ আৰু $(1, 2, 3)$ বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাদুডালৰ দিশংকবোৰ উলিওৱা।

3. Answer any seven questions :

4x7=28

যিকোনো সাতটাৰ উত্তৰ কৰা-

- i. If R_1 and R_2 are equivalence relations in a set A , show that $R_1 \cap R_2$ is also an equivalence relation.

যদি সংহতি A ত R_1 আৰু R_2 দুটা সমতুল্যতা সম্বন্ধ, দেখুওৱা যে $R_1 \cap R_2$ ও এটা সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

- ii. Prove that $\tan^{-1} \left(\frac{\cos x}{1 - \sin x} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$

প্রমাণ কৰা যে $\tan^{-1} \left(\frac{\cos x}{1 - \sin x} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$

- iii. For any square matrix A with real number entries, Prove $A+A'$ is a symmetric matrix and $A-A'$ is a skew symmetric matrix.

বাস্তৱ মৌলবিশিষ্ট এটা বৰ্গ মৌলকক্ষ A ৰ ক্ষেত্ৰত, $A+A'$ সমমিত আৰু $A-A'$ বিষম-সমমিত।

- iv. Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the equation

$A^2 - 4A + I = 0$, where I is 2×2 identity matrix and 0 is 2×2 Zero matrix. Using this equation, find A^{-1} .

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ হ'লে, দেখুওৱা যে, $A^2 - 4A + I = 0$ য'ত I এটা 2×2 অভেদ

মৌলকক্ষ আৰু 0 এটা 2×2 শূণ্য মৌলকক্ষ। ওপৰোক্ত সমীকৰণটো ব্যৱহাৰ কৰি A^{-1} নিৰ্ণয় কৰা।

- v. Find all points of discontinuity of f , where f is defined by,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & \text{if } x < 0 \\ -1, & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

f ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে। $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & \text{if } x < 0 \\ -1, & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$ f ৰ

বিচ্ছিন্নতাৰ সকলো বিন্দু উলিওৱা।

- vi. Find intervals in which the function $f(x)=3x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(a) increasing and (b) decreasing.

$f(x)=3x$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ফলনটো কোনবোৰ অন্তৰালত (a) বৰ্ধমান আৰু

(b) হ্রাসমান হয় নিৰ্ণয় কৰা।

vii. Integrate $\int \frac{\tan^4 \sqrt{x} \sec^2 \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

$\int \frac{\tan^4 \sqrt{x} \sec^2 \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

viii. Integrate $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$

$\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- ix. Find a vector in the direction of vector $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$ that has magnitude 7 units.

$\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$ ভেক্টৰৰ দিশত এটা ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ মান 7 একক হয়।

- x. Find the angle between the pair of lines given by

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ আৰু}$$

$$\vec{r} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}) \text{ ৰেখাযোৰৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।}$$

4. Answer any five questions : 6x5=30
যিকোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ কৰা-

i. Express the matrix $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ as the sum of a

symmetric and a skew symmetric matrix.

$B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ মৌলকক্ষটোক এটা সমমিত আৰু এটা বিষম-

সমমিত মৌলকক্ষৰ সমষ্টিৰূপে প্ৰকাশ কৰা।

- ii. If A and B are Invertible matrix of the same order, then prove $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

যদি দুটা একে ঘাতৰ মৌলকক্ষ A আৰু B ৰ প্রতিলোম মৌলকক্ষ থাকে, তেনেহ'লে দেখুওৱা যে $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

- iii. Solve the following system of equations by matrix methods :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা-

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

- iv. The sum of three numbers is 6. If we multiply third number by 3 and add second number to it, we get 11. By adding first and third number, we get double of the second number. Represent it algebraically and find the numbers using matrix method.

তিনিটা সংখ্যার যোগফল 6। তৃতীয় সংখ্যাটোক 3 বে পূরণ করি দ্বিতীয়টোক লগত যোগ করিলে 11 হয়। প্রথম আৰু তৃতীয়টোক যোগফল দ্বিতীয়টোক দুগুণ হয়। প্রদত্ত তথ্যখিনি বীজগণিতীয় আৰ্হিত প্রকাশ করা আৰু মৌলকক্ষীয় পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সংখ্যা তিনিটা উলিওৱা।

v. Integrate $\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$
 $\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

vi. Integrate $\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$
 $\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

vii. If $y = \sin^{-1} x$, show that $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

যদি $y = \sin^{-1} x$, তেন্তে দেখুওৱা যে $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$

- viii. Differentiate the function $f(x) = (\log x)^x + x^{\log x}$ with respect to x .

$f(x) = (\log x)^x + x^{\log x}$ ফলনটোক x সাপেক্ষে অৱকলজ কৰা।
