

Total number of printed pages-31

3.(Sem-1/CBCS) MAT HG 1/2/RC

2023

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

For Honours Generic

Attempt either MAT-HG-1016 or MAT-HG-1026

For Regular

Attempt MAT-RC-1016

OPTION-A

Paper : MAT-HG-1016/MAT-RC-1016

(Calculus)

OPTION-B

Paper : MAT-HG-1026

(Analytical Geometry)

Full Marks : 80

Time : Three hours

***The figures in the margin indicate
full marks for the questions.***

Answer either in English or in Assamese.

Contd.

OPTION-A

Paper : MAT-HG-1016/MAT-RC-1016

(Calculus)

1. Answer the following questions: $1 \times 10 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Find the value of $\cos 1740^\circ$.

$\cos 1740^\circ$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) What are the domain and range of the function $f(x) = \sin^{-1} x$?

$f(x) = \sin^{-1} x$ ফলনৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

(c) If $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -4$ and $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = 0$, find

$$\lim_{x \rightarrow a} [h(x) - 3g(x) + 1].$$

যদি $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -4$ আৰু $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = 0$, তেন্তে

$$\lim_{x \rightarrow a} [h(x) - 3g(x) + 1] \text{ ৰ মান উলিওৱা।}$$

(d) Find k for which $f(x) = \begin{cases} 7x - 2k, & x \leq 1 \\ 4x^2, & x > 1 \end{cases}$

is continuous at 1.

k ৰ মান উলিওৱা যাৰ বাবে

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 2k, & x \leq 1 \\ 4x^2, & x > 1 \end{cases}$$

ফলনটো $x=1$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(e) Find the n th derivative of $y = x^n$.

$y = x^n$ ফলনৰ n -তম অৱকলজ উলিওৱা।

(f) State whether, the following statement is true **or** false :

The function $f(x) = \cos x$ is increasing in the interval $[0, \pi]$.

তলৰ উক্তিটো সঁচা নে মিছা উল্লেখ কৰা :

$f(x) = \cos x$ ফলনটো $[0, \pi]$ অন্তৰালত বৰ্ধমান।

(d) If $y = \sin^{-1} x$, then prove that
 $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$

যদি $y = \sin^{-1} x$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে
 $(1-x^2)y_2 - xy_1 = 0$

(e) Prove that $\arcsin x + \arccos x = \pi/2$.
 প্রমাণ কৰা যে $\arcsin x + \arccos x = \pi/2$.

3. Answer **any four** questions: 5×4=20

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Let $f(x, y, z) = \sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$. Find
 $f\left(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ and the natural domain
 of f .

ধৰা হ'ল $f(x, y, z) = \sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$,
 $f\left(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ আৰু f ৰ স্বাভাৱিক আদিক্ষেত্ৰ
 উলিওৱা।

(b) If $y = e^{a \sin^{-1} x}$, then prove that

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

যদি $y = e^{a \sin^{-1} x}$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

(c) Show that the area of a triangle ABC
 is $\frac{1}{2}ca \sin B$.

দেখুওৱা যে ABC ত্ৰিভুজৰ কালি $\frac{1}{2}ca \sin B$.

(d) If f and g are continuous at c in its
 domain and $g(c) \neq 0$, show that f/g is
 also continuous at c .

যদি f আৰু g ফলন দুটা ইয়াৰ আদিক্ষেত্ৰৰ c বিন্দুত
 অবিচ্ছিন্ন আৰু $g(c) \neq 0$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে f/g
 ফলনটোও c বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

(e) Evaluate, using L'Hôpital rule :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$$

এলহ'চপিতাল নিয়ম প্রয়োগ কৰি মান উলিওঁৱা :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$$

(f) If u is a homogeneous function of x and y of degree n , show that

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n(n-1)u$$

যদি u এটা x আৰু y ৰ n ঘাতৰ সুসম ফলন, তেন্তে
প্রমাণ কৰা যে

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n(n-1)u$$

Answer **either (a) or (b)** from the following questions : 10×4=40

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ (a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

4. (a) (i) Let $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x < -2 \\ x^2 - 5, & -2 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x+13}, & x > 3 \end{cases}$

Find (a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

5

ধৰা হ'ল $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x < -2 \\ x^2 - 5, & -2 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x+13}, & x > 3 \end{cases}$

(a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Find the value of k and m for which the following function f is continuous everywhere: 5

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & x > 2 \\ m(x+1) + k, & -1 < x \leq 2 \\ 2x^3 + x + 7, & x \leq -1 \end{cases}$$

k আৰু m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাৰ বাবে তলত দিয়া ফলনটো সদায় অবিচ্ছিন্ন :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & x > 2 \\ m(x+1) + k, & -1 < x \leq 2 \\ 2x^3 + x + 7, & x \leq -1 \end{cases}$$

- (b) (i) If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, then prove that

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{3}{x+y+z} \quad 5$$

যদি $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{3}{x+y+z}$$

- (ii) State Euler's theorem on homogeneous function. If

$$u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y}, \quad x \neq y, \text{ then}$$

$$\text{prove that } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u. \quad 5$$

সুসম ফলনৰ বাবে ইউলাৰৰ উপপাদ্যৰ উক্তি

$$\text{দিয়া। যদি } u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y}, \quad x \neq y,$$

তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u.$$

5. (a) (i) State and prove Leibnitz theorem. 5
লেইবনিটজৰ উপপাদ্যৰ উক্তি দি প্রমাণ কৰা।

- (ii) If $\cos^{-1} \frac{y}{b} = \log \left(\frac{x}{n} \right)^n$, prove that

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + 2n^2 y_n = 0. \quad 5$$

যদি $\cos^{-1} \frac{y}{b} = \log \left(\frac{x}{n} \right)^n$, প্রমাণ কৰা যে

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$$

(b) State and prove Lagrange's mean value theorem. Also state Rolle's theorem and verify it for the function

$$f(x) = x(x+3)e^{-x/2} \text{ in } [-3, 0]$$

$$1+4+1+4=10$$

লাগ্ৰাঞ্জৰ উপপাদ্যৰ উক্তি দি প্ৰমাণ কৰা। আকৌ ৰোলৰ উপপাদ্যৰ উক্তি দিয়া আৰু ইয়াক $[-3, 0]$ অন্তৰালত

$$f(x) = x(x+3)e^{-x/2} \text{ ফলনৰ বাবে সত্যাপন কৰা।}$$

6. (a) (i) Find the Maclaurin series for e^x and $\sin x$. 5

e^x আৰু $\sin x$ ৰ বাবে মেল্ৰবিনৰ শ্ৰেণীবোৰ উলিওৱা।

(ii) Show that $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x$

for $x > 0$. 5

$x > 0$ ৰ বাবে দেখুওৱা যে

$$\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x.$$

(b) (i) A triangle has sides $a=3$ units, $b=4$ units and $c=90^\circ$. Find the length of the side c . 5

এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুবোৰ হ'ল $a=3$ একক, $b=4$ একক আৰু $c=90^\circ$. c বাহুটোৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Prove that $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$. Hence deduce that $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$. 5

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B.$$

ইয়াৰ সহায়ত দেখুওৱা যে

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

7. (a) (i) If $y = \cos(m \sin^{-1} x)$, then show that

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)x y_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0.$$

5

যদি $y = \cos(m \sin^{-1} x)$, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)x y_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$$

(ii) Show that the function

$z = e^x \sin y + e^y \cos x$ satisfies the

equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$. 5

দেখুওৱা যে $z = e^x \sin y + e^y \cos x$

ফলনটোৱে $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ সমীকৰণটো

সিদ্ধ কৰে।

(b) (i) Find the values of a and b in

order that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1+a \cos x) - b \sin x}{x^3}$

is equal to 1. 5

a আৰু b ৰ মান উলিওৱা যাতে

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1+a \cos x) - b \sin x}{x^3}$ ৰ মান 1 হয়।

(ii) Describe the level surfaces of the following functions: $2\frac{1}{2} \times 2 = 5$

তলত দিয়া ফলনবোৰৰ পৃষ্ঠস্তৰ বৰ্ণনা কৰা :

(a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$

(b) $f(x, y, z) = z^2 - x^2 - y^2$

OPTION-B

Paper : MAT-HG-1026

(Analytical Geometry)

1. Answer the following questions: 1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা :

(i) Define a locus.

এটা সঞ্চাৰপথৰ সংজ্ঞা লিখা।

(ii) Write the equation of tangent to the

ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ at any point (x', y') .

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তৰ যিকোনো বিন্দু (x', y') ও
টনা স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ লিখা।

(iii) Write the equation of asymptotes to the

hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ পৰাবৃত্তৰ অনন্তস্পৰ্শী
বেখাদ্বয়ৰ
সমীকৰণ লিখা।

(iv) What are the conditions that the general equation of second degree

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$
represent a parabola?

সাধাৰণ দ্বিঘাত সমীকৰণ

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

এ এটা অধিবৃত্ত নিৰ্ণয় কৰাৰ চৰ্ত কি?

(v) Transform the equation $x^2 + y^2 = 9$ into polar form.

$x^2 + y^2 = 9$ সমীকৰণটোক ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণলৈ
ৰূপান্তৰ কৰা।

(vi) Write the parametric equation of the

line $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n} = r$.

$\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n} = r$ ৰেখাৰ
প্ৰাচলিক
সমীকৰণটো লিখা।

(vii) Find the intercepts made by the plane $x - y + z = 2$ on the axes.

$x - y + z = 2$ সমতলে অক্ষসমূহৰ ওপৰত কৰা ছেদাংশৰ মান উলিওৱা।

(viii) Write down the coordinates of the centre of the sphere given by the equation

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z + 4 = 0.$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z + 4 = 0$$

গোলকটোৰ কেন্দ্ৰৰ স্থানাংক লিখা।

(ix) What is the value of the scalar product of two perpendicular vectors ?

দুটা লম্বা ভেক্টৰৰ অদিশপূৰণৰ মান কিমান?

(x) Write the condition that the three vectors \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} be coplanar.

তিনিটা ভেক্টৰ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} একেসমতলীয় হোৱাৰ চৰ্তটো লিখা।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Find the equation of the circle

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$$

when the origin is transferred to the point (h, k) .

মূলবিন্দুক (h, k) বিন্দুলৈ স্থানান্তৰ কৰিলে

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$$

বৃত্তৰ ৰূপান্তৰিত সমীকৰণটো নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Prove that the equation

$$6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$$

represents a pair of perpendicular lines.

প্ৰমাণ কৰা যে

$$6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$$

সমীকৰণে এযোৰ লম্বৰেখা নিৰ্ধাৰণ কৰে।

- (c) Find the co-ordinates of the focus and the vertex of the parabola

$$y^2 - 4y - 2x - 8 = 0$$

অধিবৃত্তটোৰ নাভিবিন্দু আৰু শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

- (d) Find the angle between the planes $2x - y + z = 6$ and $x + y + 2z = 7$.

সমতল দুখনৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) If \vec{R} be a unit vector in the direction of \vec{r} , prove that

$$\vec{R} \times \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{1}{r^2} \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt}, \text{ where } r = |\vec{r}|.$$

যদি \vec{r} ৰ দিশত একক ভেক্টৰ \vec{R} হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$\vec{R} \times \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{1}{r^2} \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

য'ত $r = |\vec{r}|$.

3. Answer **any four** questions : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) If $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents two linear equidistant lines from the origin, show that

$$f^4 - g^4 = c(bf^2 - ag^2)$$

যদি $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ সমীকৰণে এযোৰ মূলবিন্দুৰ পৰা সমদূৰত্বত থকা সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$f^4 - g^4 = c(bf^2 - ag^2)$$

- (b) What is the polar equation of a conic? If PSP' and QSQ' be any two perpendicular focal chords of a conic, then show that

$$\frac{1}{SP \cdot SP'} + \frac{1}{SQ \cdot SQ'} \text{ is a constant.}$$

শাংকৰৰ ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণটো কি? যদি PSP' আৰু QSQ' এটা শাংকৰৰ দুডল লম্বীয় নাভিজ্যা হয়, দেখুওৱা

$$\text{যে } \frac{1}{SP \cdot SP'} + \frac{1}{SQ \cdot SQ'} \text{ এটা ধ্ৰুৱক।}$$

- (c) Reduce the following equation to the standard form and determine the type of the conic it represents

$$8x^2 - 12xy + 17y^2 + 16x - 12y + 3 = 0$$

ওপৰৰ সমীকৰণটোক আদৰ্শ আকাৰলৈ ৰূপান্তৰিত কৰি ই কেনে ধৰণৰ শাংকৰ বুজায় নিৰূপণ কৰা।

- (d) Find the equation of the plane passing through the point $(1, 2, -1)$ and the line of intersection of the two planes $2x - y + 2z - 2 = 0$ and $x + 2y - 4z + 3 = 0$.

$(1, 2, -1)$ বিন্দুৰ মাজেদি থোৱা আৰু

$$2x - y + 2z - 2 = 0 \text{ আৰু } x + 2y - 4z + 3 = 0$$

সমতল দুখনে কটাকটি কৰা ৰেখাডালৰ মাজেৰে থোৱা সমতল খনৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

- (e) Find the equation of the cone whose vertex is (α, β, γ) and guiding curve is $ax^2 + by^2 = 1; z = 0$.

এটা শংকুৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা য'ত শংকুৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক (α, β, γ) আৰু নিৰ্দেশক বক্ৰটো হ'ল $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$.

- (f) If (যদি)

$$\bar{A} = 3\bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$$

$$\bar{B} = 2\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$$

$$\bar{C} = \bar{i} - 2\bar{j} + 2\bar{k}$$

find (নিৰ্ণয় কৰা)

$$(\bar{A} \times \bar{B}) \times \bar{C}.$$

Answer **either (a) or (b)** from each of the following questions :

তলৰ প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ পৰা (a) অথবা (b) ৰ পৰা উত্তৰ দিয়া :

4. (a) (i) Find the equation of the pair of straight lines perpendicular to the pair of lines given by

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0 \quad 5$$

সৰলৰেখাৰ লম্ব হোৱা সৰলৰেখাদ্বয়ৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Find the asymptotes of the hyperbola

$$2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 2 = 0 \quad 5$$

পৰাবৃত্তটোৰ অনন্তস্পৰ্শী ৰেখাদ্বয় নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) (i) Prove that the product of the perpendicular from the point (x', y') on the lines

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0 \text{ is}$$

$$\frac{ax'^2 + 2hx'y' + by'^2}{\sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}} \quad 5$$

প্রমাণ কৰা যে (x', y') বিন্দুৰ পৰা

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ লৈ টনা লম্ববোৰৰ
গুণফল

$$\frac{ax'^2 + 2hx'y' + by'^2}{\sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}}$$

- (ii) Prove that the eccentric angles of the extremities of two conjugate semi-diameters of an ellipse differ by a right angle. 5

প্রমাণ কৰা যে উপবৃত্ত এটাৰ সংযুক্ত অৰ্ধব্যাস দুডালৰ চৰ্মবিন্দুত উৎপন্ন হোৱা উৎকেন্দ্ৰীক কোণৰ অন্তৰ এটা সমকোণ।

5. (a) (i) Find the pole of the line $lx + my + n = 0$ with respect to the parabola $y^2 = 4ax$. 5

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তটোৰ সাপেক্ষে

$lx + my + n = 0$ ৰেখাৰ ধ্রুব বিন্দু নিৰূপণ
কৰা।

- (ii) If the equation of the conic is

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$, then show that the equation of the tangent at the point

α is $\frac{l}{r} = e \cos \theta + \cos(\theta - \alpha)$. 5

যদি এটা শাংকৰৰ সমীকৰণ $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে α বিন্দুত ইয়াৰ স্পৰ্শকৰ
সমীকৰণ হ'ব

$$\frac{l}{r} = e \cos \theta + \cos(\theta - \alpha)$$

- (b) (i) Show that the length of the semi axes of the conic

$$ax^2 + 2hxy + ay^2 = d \text{ are}$$

$$\sqrt{\frac{d}{a+h}} \text{ and } \sqrt{\frac{d}{a-h}} \quad 5$$

দেখুওৱা যে $ax^2 + 2hxy + ay^2 = d$

শাংকবৰ অক্ষদ্বয়ৰ দৈৰ্ঘ্য ক্ৰমে

$$\sqrt{\frac{d}{a+h}} \text{ আৰু } \sqrt{\frac{d}{a-h}}$$

- (ii) Find the condition that the line

$$\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta \text{ touches the}$$

$$\text{conic } \frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta. \quad 5$$

$$\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta \text{ সবলৰেখাই}$$

$$\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta \text{ শাংকবটোৰ স্পৰ্শক হোৱাৰ}$$

চৰ্ত্ত নিৰ্ণয় কৰা।

6. (a) (i) Find the symmetrical form of the equation of a line $x+y+z+1=0$, $4x+y-2z+2=0$ and also find its direction cosines. 5

$$x+y+z+1=0 \text{ আৰু}$$

$$4x+y-2z+2=0 \text{ ৰেখাৰ সমমিত}$$

আকাৰৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ

লগতে দিশাংকসমূহো নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Find the equation of a cylinder whose generating lines have the direction cosines l, m, n and which passes through the circle $x^2 + z^2 = a^2, y = 0$. 5

এটা চিলিন্ডাৰৰ উৎপাদক ৰেখাডালৰ দিশাংক

$$l, m, n \text{ আৰু ই } x^2 + z^2 = a^2, y = 0 \text{ বৃত্তৰ}$$

মাজেৰে যায়। চিলিন্ডাৰটোৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) (i) Prove that the plane
 $ax + by + cz = 0$ cuts the cone
 $xy + yz + zx = 0$ in perpendicular
 lines if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. 5

প্রমাণ করা যে $ax + by + cz = 0$ সমতল
 থানে $xy + yz + zx = 0$ শঙ্কুটোক লম্ব
 রেখাত ছেদ কৰে যদি $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ হয়।

- (ii) Find the equation to the sphere
 that passes through the circle
 $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $x + 2y + 3z = 3$
 and touches the plane
 $4x + 3y = 15$. 5

$x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $x + 2y + 3z = 3$
 বৃত্তগামী আৰু $4x + 3y = 15$ সমতলক স্পর্শ
 কৰা গোলকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

7. (a) (i) Prove that (প্রমাণ করা যে)

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = \begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{c} & \vec{a} \cdot \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{c} & \vec{b} \cdot \vec{d} \end{vmatrix}$$

Hence show that (গতিকে দেখুওৱা যে)

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \quad 5$$

- (ii) A particle moves along the curve
 $x = 2t^2$, $y = t^2 - 4t$, $z = 3t - 5$
 where t is the time. Find the
 components of its velocity and
 acceleration at time $t = 1$ in the
 direction $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$. 5

এটা কণিকাই $x = 2t^2$, $y = t^2 - 4t$,
 $z = 3t - 5$ বক্রৰে গতি কৰে, য'ত t য়ে সময়
 বুজাইছে। যেতিয়া $t = 1$, কণিকাটিৰ বেগ আৰু
 ত্বৰণৰ উপাংশ $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ৰ দিশত নিৰূপণ
 কৰা।

- (b) (i) If $\vec{r} = t^2\hat{i} - t\hat{j} + 2(t+1)\hat{k}$, find at $t=0$, the value of

$$\frac{d\vec{r}}{dt}, \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \frac{d^3\vec{r}}{dt^3}, \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|, \text{ and}$$

$$\left| \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right|. \quad 5$$

যদি $\vec{r} = t^2\hat{i} - t\hat{j} + 2(t+1)\hat{k}$, তেন্তে $t=0$ ত

$$\frac{d\vec{r}}{dt}, \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \frac{d^3\vec{r}}{dt^3}, \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| \text{ আৰু } \left| \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right|$$

মান নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Find a vector $\vec{\delta}$ which is perpendicular to both

$$\vec{\alpha} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k} \text{ and } \vec{\beta} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$$

$$\text{and } \vec{\delta} \cdot \vec{\gamma} = 21 \text{ where } \vec{\gamma} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}.$$

5

$\vec{\alpha} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$ আৰু $\vec{\beta} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$
ভেক্টৰৰ লম্ব হোৱা আৰু $\vec{\delta} \cdot \vec{\gamma} = 21$ য'ত
 $\vec{\gamma} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ হয় তেন্তে ভেক্টৰ $\vec{\delta}$ নিৰ্ণয়
কৰা।