Pre-Final Examination- 2022
H.S. 2nd Year
Sub- Mathematics

Marks- 100 **Time- 3 hrs.**

1. Write the answer of the following questions. 1x10=10

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা।

a) Define square matrix.

বৰ্গ মৌলকক্ষ কি?

b) "Diagonal elements of a skew-symmetric matrix are always zero"- why?

"বিষম সমমিত মৌলকক্ষৰ বিকৰ্ণ মৌলবোৰ সদায় শূণ্য" - কিয়?

c) Let $f(x)=|x|$ and $g(x)=|5x-2|$, find gof

ধৰাহ'ল $f(x)=|x|$ আৰু $g(x)=|5x-2|$ gof ৰ মান উলিওৱা।

d) Differentiate $\cos x$ with respect to e^x

e^xৰ সাপেক্ষে $\cos x$ ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

e) Find the value of $\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\sin^2 x dx$

$\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\sin^2 x dx$ ৰ মান উলিওৱা।

f) Find the order of the differential equation.

$$2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$$

$2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ অৱকল সমীকৰণটোৰ ক্ৰম উলিওৱা।

g) Find the principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ৰ মুখ্যমান উলিওৱা।

h) Write the direction cosine of y-axis.

y- অক্ষৰ দিশাংক কিমান?

i) What is the difference between co-domain and range of a function?

কোনো এটা ফলনৰ বাবে সহক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰৰ মাজত পাৰ্থক্য কি?

j) Find the value of $\lim_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}$

$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

2. Let L be the set of all lines in a plane and R be the relation in L defined as $R=\{(L_1,L_2):L_1 \text{ is perpendicular to } L_2\}$

Show that R is symmetric but neither reflexive nor transitive. 4

ধৰাহ'ল এখন সমতলত থকা সকলো ৰেখাৰ সংহতিটো L. L অত সম্বন্ধ R অৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে, $R=\{(L_1,L_2):L_1$ ৰ ওপৰত L_2 লম্ব$\}$

দেখুওৱা যে R প্ৰতিসম, কিন্তু প্ৰতিফলনীয় নহয়, সংক্ৰামকো নহয়।

3. Show that দেখুওৱা যে 4

$$2\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{7}=\tan^{-1}\frac{31}{17}$$

4. Express the matrix $B=\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. 4

$B=\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}$ মৌলকক্ষটোক এটা সমমিত আৰু এটা বিষম-সমমিত মৌলকক্ষৰ সমষ্টিৰূপে প্ৰকাশ কৰা।

5. Find the relationship between a and b so that the function f defined by

$$f(x)=\begin{cases}ax+1, & \text{if } x\le 3\\ bx+3, & \text{if } x>3\end{cases}$$

is continuous at $x=3$ 4

f ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে

$$f(x)=\begin{cases}ax+1, & \text{if } x\le 3\\ bx+3, & \text{if } x>3\end{cases}$$

ফলনটো $x=3$ ত অবিচ্ছিন্ন হ'লে a আৰু b ৰ মাজৰ সম্বন্ধ উলিওৱা।

6. Find $\frac{dy}{dx}$ if 2+2=4

$\frac{dy}{dx}$ উলিওৱা যদিহে

i) $\sin^2 x+\cos^2 y=1$

ii) $y=e^{\cos x}$

7. Prove that the function f defined by

$f(x)=|x-1|$, where x is a real number, is not differentiable at $x=1$ 4

প্ৰমাণ কৰা যে $f(x)=|x-1|$ অৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাবদ্ধ f ফলনটো $x=1$ বিন্দুত অৱকলনীয় নহয়, যত x এটা বাস্তৱ সংখ্যা।

8. Evaluate মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

$$\int\frac{dx}{x^2-6x+13}$$

9. Find the local maxima and local minima value of the function f given by $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+12$ 2+2=4

$f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+12$ ফলনটোৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান উলিওৱা।

10. Show that the function $f(x)=\cos 3x$ is neither strictly increasing nor decreasing on $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 4

দেখুওৱা যে $f(x)=\cos 3x$ ফলনটো $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ত সতত বৰ্ধমান বা হ্ৰাসমান এটাও নহয়।

11. Evaluate মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

$$\int_{-1}^{2}|x^3-x|\,dx$$

12. Show that the points $A(-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k})$, $B(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$ and $C(7\hat{i}-\hat{k})$ are collinear 4

দেখুওৱা যে $A(-2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k})$, $B(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$ আৰু $C(7\hat{i}-\hat{k})$ বিন্দুকেইটা একৰেখীয়।

13. A family has two children. What is the probability that both the children are boys given that at least one of them is a boy? 4
এটা পৰিয়ালৰ দুটি শিশু আছে। তেঁওলোকৰ কমেও এটা ল'ৰা বুলি জনা থাকিলে দুয়োটা শিশু ল'ৰা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

14. If x, y, z are different and 6

$$\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0, \text{ then show that } 1+xyz=0$$

যদি x, y, z ভিন্ন হয় আৰু $\Delta = \begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0,$

তেনেহ'লে দেখুওৱা যে- $1+xyz=0$

15. Solve সমাধান কৰা- $(x-y)\dfrac{dy}{dx} = x+2y$ 6

16. Integrate অনুকলন কৰা- 2+4=6

a) $\int \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}dx$ b) $\int x\sin^{-1}x\,dx$

17. Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ and $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$, where $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ 6

$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ আৰু $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$, ভেক্টৰ দুটাৰ প্ৰত্যেকৰে লগত লম্ব হোৱা এটা একক ভেক্টৰ উলিওৱা য'ত $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ আৰু $\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$

18. Find the shortest distance between the lines. 6

$\vec{r} = \hat{i}+\hat{j}+\lambda(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$

$\vec{r} = 2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}+\mu(3\hat{i}-5\hat{j}+2\hat{k})$

ওপৰোক্ত ৰেখা দুডালৰ মাজৰ নূন্যতম দূৰত্ব উলিওৱা।

19. Minimize $Z=3x+5y$ Subject to 6

$x+3y \geq 3$
$x+y \geq 2$
$x, y \geq 0$

$x+3y \geq 3$
$x+y \geq 2$ সীমাবদ্ধতা সাপেক্ষে $Z=3x+5y$ ৰ সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা।
$x, y \geq 0$

20. In a factory which manufactures bolts, machines A, B and C manufacture respectively 25%, 35% and 40% of the bolts, of their outputs, 5, 4 and 2percent are respectively defective bolts. A bolt is drawn at random from the product and is found to be defective. What is the probability that it is manufactured by the machine B? 6

বল্টু তৈয়াৰ কৰা কাৰখানা এটাত তিনিটা মেচিন A, B আৰু C য়ে মুঠ বল্টুৰ ক্ৰমে 25%, 35% আৰু 40% তৈয়াৰ কৰে। সিহঁতৰ উৎপাদনৰ শতকৰা ক্ৰমে 5, 4 আৰু 2 ভাগ বল্টু দোষযুক্ত পোৱা গ'ল। উৎপাদিত বল্টুবোৰৰ মাজৰ পৰা যাদৃচ্ছিক ভাৱে এটা বল্টু বাছনি কৰি দোষযুক্ত পোৱা গ'ল। বল্টুটো মেচিন B য়ে তৈয়াৰ কৰাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

*****